

УДК 629.114.4.001.2

*С.И. МОРОЗОВ*

Архангельский государственный технический университет



Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РИА, заслуженный деятель науки и техники РФ. Имеет около 140 печатных работ в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.

### СОУДАРЕНИЕ АВТОМОБИЛЕЙ

С помощью формул классической теории удара при соударении плоских свободных тел рассмотрена методика определения импульсов ударных сил, скоростей центров масс автомобилей после удара и их угловых скоростей на примере соударения двух автомобилей.

With the help of the classic theory formulas on stroke at collision of flat free bodies the technique has been viewed on defining impulses of impact forces, as well as speeds of mass centers of motors after stroke and their angular speeds based on the collision of two automobiles.

При изучении курса безопасности движения для инженеров-механиков в специальной литературе [2, 3] рассматривают задачу о столкновении автомобилей. Ее решают с помощью элементарной теории соударения, в которой каждое тело принимают за материальную точку. Расчетное уравнение, выражающее закон сохранения количества движения, имеет вид

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{u}'_1 + m_2 \bar{u}'_2,$$

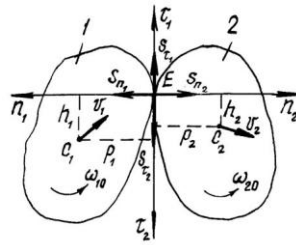
где  $m_1, m_2$  – массы автомобилей;

$v_1, v_2$  – скорости центров масс до удара;

$u'_1, u'_2$  – то же после удара.

Использование элементарной теории в задаче о столкновении автомобилей не позволяет, как отмечено в работе [3], получить результаты,

Рис. 1. Расчетная схема



совпадающие с экспериментальными данными. Это объясняется двумя причинами: неопределенностью значения коэффициента восстановления и несовершенством математической модели удара.

На основе методики, изложенной в работе [1], нами разработана полная теория соударения плоских тел [4]. Уточнение модели удара имеет важное практическое значение. Рассмотрим полную теорию в настоящей статье.

Расчетная схема для общего случая соударения двух плоских свободных тел 1 и 2 приведена на рис. 1. Движение тел рассматриваем в системе координат  $\tau$  и  $n$ , которые изображены для каждого тела в отдельности. Оси  $n_1$  и  $n_2$  лежат на линии удара, оси  $\tau_1$  и  $\tau_2$  перпендикулярны к ней и образуют с осями  $n_1$  и  $n_2$  правосторонние системы координат.

Импульсы ударных сил  $S_\tau$  и  $S_n$  лежат на осях  $\tau$  и  $n$  и направлены в положительную сторону этих осей.

Расчетные зависимости имеют следующий вид.

Для импульсов ударных сил:

поверхности тел шероховатые, в точке удара имеется проскальзывание тел:

$$S_\tau = S_n f; \tag{1}$$

$$S_n = - \frac{(1 + \epsilon) A_1}{G + Hf}; \tag{2}$$

поверхности тел шероховатые, в точке удара проскальзывания тел нет

$$S_\tau = \frac{(1 + \epsilon) H A_1 - G A_2}{B}; \tag{3}$$

$$S_n = \frac{H A_2 - (1 + \epsilon) G_1 A_1}{B}. \tag{4}$$

Для кинематических величин

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + S_n / m_1; \quad \bar{u}_2 \bar{n}_2 = \bar{v}_2 \bar{n}_2 + S_n / m_2;$$

$$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + S_\tau / m_1; \quad \bar{u}_2 \bar{\tau}_2 = \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + S_\tau / m_2;$$

$$\omega_1 = \omega_{10} + (S_\tau p_1 + S_n h_1) / I_1;$$

$$\omega_2 = \omega_{20} + (S_\tau p_2 + S_n h_2) / I_2.$$

Здесь  $G, G_1, H, B$  – инерциальные коэффициенты:

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + h_1^2 / I_1 + h_2^2 / I_2;$$

$$G_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + p_1^2 / I_1 + p_2^2 / I_2;$$

$$H = p_1 h_1 / I_1 + p_2 h_2 / I_2;$$

$$B = G G_1 - H^2;$$

$A_1, A_2$  – скоростные коэффициенты:

$$A_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2 + h_1 \omega_{10} + h_2 \omega_{20};$$

$$A_2 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + p_1 \omega_{10} + p_2 \omega_{20};$$

$m_1, m_2$  – массы соударяющихся тел;

$I_1, I_2$  – моменты инерции тел относительно осей, проходящих через их центры масс;

$\omega_{10}, \omega_{20}$  – угловые скорости вращения тел до удара вокруг осей, проходящих через центры их масс;

$\omega_1, \omega_2$  – то же после удара;

$\bar{v}_1 \bar{n}_1, \bar{v}_2 \bar{n}_2, \bar{v}_1 \bar{\tau}_1, \bar{v}_2 \bar{\tau}_2$  – проекции скоростей центров масс до удара на оси  $n$  и  $\tau$ ;

$\bar{u}_1 \bar{n}_1, \bar{u}_2 \bar{n}_2, \bar{u}_1 \bar{\tau}_1, \bar{u}_2 \bar{\tau}_2$  – то же после удара;

$\bar{n}_1, \bar{\tau}_1$  – орты осей координат;

$\varepsilon$  – коэффициент восстановления начального состояния тел после удара,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

С помощью приведенных зависимостей можно решить практически любую задачу на соударение двух плоских свободных тел, в том числе автомобилей.

Рассмотрим пример соударения автомобилей для схемы, приведен-

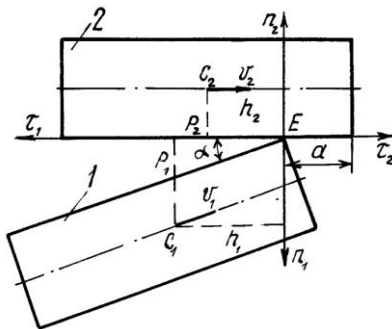


Рис. 2. Схема соударения автомобилей

ной на рис. 2.

Здесь  $\alpha$  – угол соударения (встречи) автомобилей;

$a$  – расстояние, определяющее положение точки встречи;

$h_1, h_2, p_1, p_2$  – плечи импульсов ударных сил:

$$h_1 = -x_{C_1} \cos \alpha + b_1 \sin \alpha;$$

$$h_2 = x_{C_2} - a;$$

$$p_1 = x_{C_1} \sin \alpha + b_1 \cos \alpha;$$

$$p_2 = b_1;$$

$x_{C_1}, x_{C_2}$  – координаты точек  $C_1$  и  $C_2$ , расположенных на продольных осях симметрии автомобилей;

$b_1$  – половина ширины автомобилей.

Расчет выполнен для исходных данных, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

№ автомобиля	Масса, кг			Координаты $x_C$ , м	$I_i$ , кг·м <sup>2</sup>	$v$ , м/с	$\omega_0$ , с <sup>-1</sup>
	мостов		автомобиля				
	$m_A$	$m_B$					
1	560	485	1045	1,71	1500	10	0
2	485	315	800	1,60	1200	5	0

В таблице обозначено:

$m_A, m_B$  – массы автомобилей, приходящиеся на передний и задний мосты;

$x_C$  – координаты, определяющие положение центров масс (точек  $C_i$ ). Их находим по формулам (рис. 3)

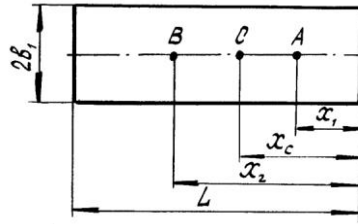


Рис. 3. Основные габаритные размеры автомобиля:  $A$  – поперечный мост;  $B$  – задний мост;  $C$  – центр масс

$$x_{C_1} = \frac{m_A x_1 + m_B x_2}{m_A + m_B}; \quad x_{C_2} = \frac{m'_A x_1 + m'_B x_2}{m'_A + m'_B};$$

$I_i$  – моменты инерции тел (автомобилей) относительно осей, проходящих через их центры масс,

$$I_1 = m_A d_A^2 + m_B d_B^2; \quad I_2 = m'_A d_A^2 + m'_B d_B^2,$$

Результаты расчета по формулам (3) и (4) при отсутствии проскальзывания и неупругом ударе ( $\epsilon = 0$ ) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Угол встречи, град	$S_t$	$S_n$	$f_n$	$\bar{u}_1 \bar{n}_1$	$\bar{u}_2 \bar{n}_2$	$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1$	$\bar{u}_2 \bar{\tau}_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
	Н·с			м/с					
15	1823	1411,5	1,29	1,091	1,7638	-7,9145	7,2788	0,1463	-0,5402
30	1634	2299	0,71	-2,8	2,87375	-7,0963	7,0425	0,2737	0,0329
60	361	3512	0,10	-5,3052	4,39	-4,6545	5,4512	1,0883	1,5097
75	-491	3724	0,13	-6,0924	4,655	-0,7286	4,3862	2,6175	2,1975

Они позволяют проследить зависимость основных расчетных величин от угла соударения  $\alpha$ . Отметим ниже три закономерности.

1. По мере увеличения  $\alpha$  импульс  $S_\tau$  уменьшается, а импульс  $S_n$  увеличивается. Это означает, что при малых значениях угла  $\alpha$  существует высокая вероятность удара с проскальзыванием, при больших  $\alpha$  такая вероятность существенно меньше.

Отношение  $S_\tau / S_n$  назовем предельным коэффициентом трения скольжения и обозначим  $f_n$ . Значения его также приведены в табл. 2, зависимость  $f_n(\alpha)$  показана на рис. 4.

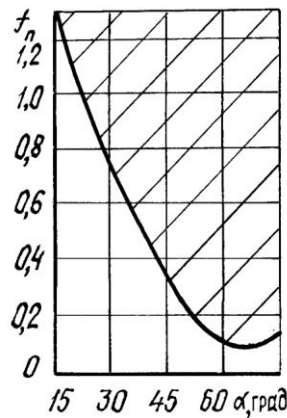


Рис. 4. График зависимости  $f_n(\alpha)$

Если фактический коэффициент трения  $f$  меньше предельного  $f_n$ , то удар автомобилей происходит с проскальзыванием в точке удара, если  $f \geq f_n$  – без проскальзывания. На рис. 4 зона удара без проскальзывания выделена штрихами. В незаштрихованной зоне значения  $S_\tau$  и  $S_n$  находят по формулам (1) и (2). Для ряда значений  $f$  и  $\alpha$  они приведены в табл. 3.

Таблица 3

$\alpha$ , град	$f = 0$		$f = 0,5$		$f = 1$		$f = 1,29$	
	$S_n$	$S_\tau$	$S_n$	$S_\tau$	$S_n$	$S_\tau$	$S_n$	$S_\tau$
15	666	0	833	417	1114	1114	1386	1790
30	1528	0	1998	999	2883	2883	3886	5018
60	3435	0	3838	1919	4348	4348	4712	6085
75	3732	0	3722	1861	3713	3713	3708	4783

Здесь имеет место следующая закономерность: с увеличением коэффициента трения импульсы ударных сил возрастают. Наименьшее значение они имеют при соударении гладких тел (при  $f = 0$ ), наибольшее – при ударе без проскальзывания (при  $f = f_n$ ).

2. Для первого и второго тела нормальные составляющие скорости центров масс после удара  $\bar{u}_1 \bar{n}_1$  и  $\bar{u}_2 \bar{n}_2$  по мере увеличения угла  $\alpha$  возрастают, а касательные составляющие  $\bar{u}_1 \bar{\tau}_1$  и  $\bar{u}_2 \bar{\tau}_2$  уменьшаются. Эта закономерность

изменения скоростей аналогична закономерности изменения импульсов  $S_n$  и  $S_\tau$ . Знак плюс для скоростей показывает, что они направлены в сторону координатных осей, знак минус – обратно.

В отдельных случаях при возрастании угла  $\alpha$  эта закономерность может изменяться. Например, для  $\alpha = 15^\circ$  имеем  $\bar{u}_1\bar{n}_1 = 1,091$  м/с, а при  $\alpha = 30^\circ$   $\bar{u}_1\bar{n}_1 = -2,8$  м/с. В первом случае происходит отскок тела  $I$  от тела  $2$ , во втором – их совместное движение, что необходимо учесть при решении задачи о движении автомобилей после удара.

3. Оба автомобиля после удара придут во вращательное движение. Значения угловых скоростей возрастают пропорционально увеличению угла  $\alpha$ . Так как в большинстве случаев  $\omega_1 > 0$  и  $\omega_2 > 0$ , то оба автомобиля после удара станут вращаться против часовой стрелки (кроме случая  $\omega_2 < 0$  при  $\alpha = 15^\circ$ ).

Для определения движения автомобилей после удара можно использовать дифференциальное уравнение плоскопараллельного движения тела в осях  $\tau_1$  и  $n_1$  для первого,  $\tau_2$  и  $n_2$  для второго тела. Начало этих двух систем координат примем в точке соударения  $E$ . В качестве силовых величин, действующих на автомобили при их движении после удара, примем силы и моменты сил трения, пропорциональные нормальным давлениям от колес автомобиля на поверхность дороги.

Поскольку эта задача выходит за границы акта удара, то ее надо рассмотреть отдельно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Бутенин Н.В., Меркин Д.Р., Лунц Я.Л. Курс теоретической механики. Т. 2. - М.: Наука, 1985. - 492 с. [2]. Боровский Б.Е. Безопасность движения автомобильного транспорта. - Л.: Лениздат, 1984. - 304 с. [3]. Илларионов В.А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий: Учеб. для вузов. - М.: Транспорт, 1989. - 255 с. [4]. Морозов С.И. Удар двух тел: Методич. указания по решению задач. - Архангельск: РИО АГТУ, 1996. - 56 с.

Поступила 8 мая 1997 г.