

При этом могут быть использованы данные, полученные З. С. Цофиным, Л. М. Эмайкиным, Н. И. Библюком, Б. Т. Перетятко и др. Представляет интерес моделирование механических свойств кроны.

В целом развитие теории и моделирование процесса работы машин следует рассматривать под углом зрения выбора их технических параметров с возможностью комплексной расчетной оценки по таким эксплуатационным показателям, как тяговая динамика и топливная экономичность, проходимость, плавность хода, устойчивость движения, надежность, эргономичность, скоростные показатели и производительность.

Все это определяет повышение качества работ на этапах эскизного и технического проектов машин с учетом всего комплекса факторов прогрессивности, а также многообразия и специфики эксплуатационных условий.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Жуков А. В. Исследование эффективности использования стабилизаторов боковых кренов на лесозаготовительных и лесотранспортных машинах // Лесн. журн.— 1973.— № 3.— С. 57—62.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Жуков А. В., Кадолюк Л. И. Основы проектирования специальных лесных машин с учетом их колебаний.— Минск: Наука и техника, 1978.— 270 с. [3]. Жуков А. В., Симанович В. А. Оценка влияния конструкции трелевочного оборудования трактора ЛТ-157 на нагруженность его трансмиссии при неустановившихся режимах движения // Лесн. журн.— 1983.— № 4.— С. 45—50.— (Изв. высш. учеб. заведений). [4]. Оценка влияния системы подрессоривания технологического оборудования на динамику колесного трелевочного трактора / А. В. Жуков, П. Ф. Рудницкий, В. А. Симанович, А. Р. Горонковский // Лесн. журн.— 1980.— № 6.— С. 32—36.— (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 10 ноября 1986 г.

УДК 625.033 : 625.042.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ РЕЛЬСОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ НА СТЕНДЕ

С. И. МОРОЗОВ

Архангельский лесотехнический институт

Постановка задачи. При экспериментальном определении критического значения сжимающей силы для температурно-напряженного железнодорожного пути одним из основных методов является проведение испытаний на специально оборудованном стенде [1, 3, 4].

Стенд представляет собой участок сварного пути (рельсовую плеть) длиной до 200 м, уложенный между массивными бетонными упорами, предотвращающими смещение концов рельсов при повышении температуры (рис. 1, а). Предполагается, что в таких условиях не происходит разрядки температурных сил и сжимающая сила P пропорциональна приращению температуры рельсов:

$$P = E\alpha\omega t, \quad (1)$$

где E — модуль упругости рельсовой стали;
 α — коэффициент температурного расширения;
 ω — площадь поперечного сечения двух рельсов;
 $t = T - t_0$;
 T — текущая температура рельсов;
 t_0 — начальная температура рельсов при $P = 0$.

При проведении экспериментов рельсы нагревают, пропуская через них постоянный ток небольшого напряжения [1], или с помощью труб-

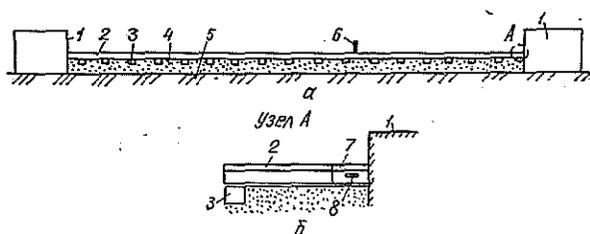


Рис. 1. Расчетные схемы: а — схема стенда; б — узел установки вкладыша; 1 — упоры; 2 — рельс; 3 — шпалы; 4 — балласт; 5 — земляное полотно; 6 — термометр; 7 — вкладыш; 8 — тензорезистор

чатых нагревателей, расположенных в пазухах рельсов [3, 4]. Температурную сжимающую силу можно определить двумя способами. Один из них косвенный [1, 4], когда измеряют температуру рельсов и вычисляют силу по формуле (1). Второй способ — прямой [3], когда температурную сжимающую силу измеряют с помощью тензорезистора, установленного на вкладыше между рельсами плети и бетонным упором (рис. 1, б).

Каждый из этих способов обладает преимуществами и недостатками. Первый методически прост, не требует применения сложного оборудования, но обеспечивает необходимую точность только при условии, что температура рельсов по всей длине плети постоянна. Это не всегда выполнимо, особенно при нагреве рельсов с помощью трубчатых нагревателей.

Второй способ основан на прямом измерении силы, что создает иллюзию более высокой точности, но требует применения специальной тензометрической аппаратуры. Вопрос о точности такого метода пока остается открытым, так как он не получил ни экспериментальной, ни теоретической оценки.

В настоящей статье рассматривается напряженно-деформированное состояние рельсов, уложенных на стенде, при условии, что их температура по длине плети не является постоянной и с учетом связи между рельсами и основанием, а также дается оценка точности определения температурной сжимающей силы этими двумя способами.

Вывод расчетных зависимостей. Расчетная схема представлена на рис. 2, а. На участок пути в виде балки постоянного поперечного сечения, расположенной между неподвижными упорами, при повышении температуры рельсов действуют силы P_1 и P_2 . По длине балки температура изменяется по произвольному закону. В каждый данный момент времени ее можно представить как функцию координаты сечения

$$t_x = \Phi(x).$$

Перемещению сечений балки δ противодействует сопротивление со стороны балласта, которое будем оценивать его погонным значением g . Фактическая зависимость между δ и g является криволинейной (рис. 2, в), однако, учитывая небольшую величину смещения сечений рельсов на стенде, будем считать в первом приближении эту зависимость линейной и описывать ее линейным уравнением:

$$\delta = mg, \quad (2)$$

где m — коэффициент податливости балласта, $\text{м}^2/\text{Н}$.

Для элементарного участка балки на расстоянии x от левого конца (рис. 2, б) имеем [2]

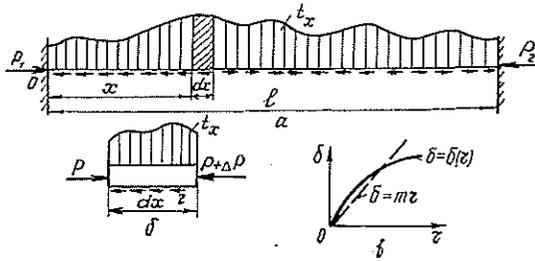


Рис. 2. Схемы температур и сил: а — температурная эпюра; б — схема элементарного участка; в — зависимость между смещением сечений и сопротивлением его перемещению

$$r = -\omega\sigma'; \quad (3)$$

$$\frac{d\delta}{dx} = \alpha t_x - \frac{\sigma}{E} = \alpha\Phi(x) - \frac{\sigma}{E}, \quad (4)$$

где σ — напряжение в сечении с координатой x .

Рассматривая вместе зависимости (2), (3), (4), получим:

$$\sigma'' - \frac{1}{E\omega m}\sigma = -E\alpha\Phi(x).$$

Обозначим $1/E\omega m = \beta^2$. Тогда дифференциальное уравнение температурно-напряженного состояния рельсовой плети примет вид

$$\sigma'' - \beta^2\sigma = -E\alpha\Phi(x). \quad (5)$$

Его общее решение находим по методу Коши

$$\sigma = C_1 \operatorname{sh} \beta x + C_2 \operatorname{ch} \beta x - E\alpha\beta \int_0^x \Phi(\xi) \operatorname{sh} \beta(x - \xi) d\xi,$$

где ξ — переменная, по которой выполняют интегрирование;

C_1, C_2 — постоянные интегрирования.

Применяя условие: $\sigma(0) = P_1/\omega$, $\sigma'(0) = 0$, получим $C_1 = 0$, $C_2 = P_1/\omega$, значит:

$$\sigma = \frac{P_1}{\omega} \operatorname{ch} \beta x - E\alpha\beta \int_0^x \Phi(\xi) \operatorname{sh} \beta(x - \xi) d\xi. \quad (6)$$

Используя зависимости (2) и (3), находим:

$$\delta = -m\omega\beta \left[\frac{P_1}{\omega} \operatorname{sh} \beta x - E\alpha\beta \int_0^x \Phi(\xi) \operatorname{ch} \beta(x - \xi) d\xi \right]. \quad (7)$$

Для определения сжимающих сил P_1 и P_2 , действующих по концам балки, имеем условия: $\delta(l) = \delta_1$ и $\sigma(l) = P_2/\omega$, где δ_1 — деформация вкладыша длиной a под действием силы P_2 :

$$\delta_1 = \frac{P_2 a}{E\omega}. \quad (8)$$

Отсюда

$$P_1 = \frac{E\alpha\omega\beta}{\operatorname{sh} \beta l} \int_0^l \Phi(\xi) \operatorname{ch} \beta(l - \xi) d\xi - \frac{\delta_1}{m\beta \operatorname{sh} \beta l}; \quad (9)$$

$$P_2 = P_1 \operatorname{ch} \beta l - E\alpha\omega\beta \int_0^l \Phi(\xi) \operatorname{sh} \beta(l - \xi) d\xi. \quad (10)$$

Используя (8), преобразуем в уравнении (9) второе выражение в целях упрощения последующего решения:

$$\frac{\delta_1}{m\beta \operatorname{sh} \beta l} = \frac{P_2 a}{E\omega m\beta \operatorname{sh} \beta l} = \frac{P_2 a\beta}{\operatorname{sh} \beta l}.$$

Тогда

$$P_1 = \frac{E\alpha\omega\beta}{\operatorname{sh} \beta l} \int_0^l \Phi(\xi) \operatorname{ch} \beta(l - \xi) d\xi - \frac{P_2 a\beta}{\operatorname{sh} \beta l}. \quad (9')$$

Уравнения (9') и (10) образуют систему, из которой определяют P_1 и P_2 .

Зависимости (6), (7), (9') и (10) содержат полное решение рассматриваемой задачи. Зная закон изменения температуры по длине рельса: $t_x = \Phi(x)$, можно определить все характеристики напряженно-деформированного состояния рельсовой плети на стенде.

В общем случае зависимость $t_x = \Phi(x)$ имеет произвольный вид, однако на практике закон изменения температуры по длине плети является дискретным, так как температуру измеряют в отдельных точках рельсов. В этом случае фактическую зависимость $t_x = \Phi(x)$ надо аппроксимировать тем или иным способом. Простейшие способы аппроксимации показаны на рис. 3. Ниже использован метод ступенчатой аппроксимации (рис. 3, а). К нему можно свести и случай аппроксимации ломаной линией (рис. 3, б), если взять достаточно большое число точек разбиения. Отметим, что для построения аппроксимирующей функции два термометра должны быть обязательно установлены по концам плети.

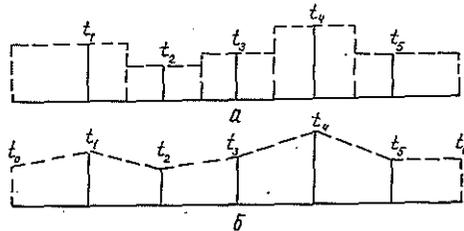


Рис. 3

Расчетные уравнения при ступенчатой аппроксимации зависимости $t_x = \Phi(x)$ принимают вид

$$P_1 = \frac{E\alpha\omega}{\operatorname{sh} \beta l} \sum_{i=1}^n (t_i - t_{i-1}) \operatorname{sh} \beta(l - l_{i-1}) - \frac{P_2 a\beta}{\operatorname{sh} \beta l}; \quad (11)$$

$$P_2 = P_1 \operatorname{ch} \beta l - E\alpha\omega \sum_{i=1}^{n+1} (t_i - t_{i-1}) \operatorname{ch} \beta(l - l_{i-1}). \quad (12)$$

Здесь n — число участков, $t_0 = 0$, $l_0 = 0$, $t_{n+1} = 0$, $l_n = l$.

$$\sigma_n = \frac{P_1}{\omega} \operatorname{ch} \beta x + E\alpha \sum_{i=1}^{n-1} t_i [\operatorname{ch} \beta(x - l_i) - \operatorname{ch} \beta(x - l_{i-1})] + E\alpha t_n [1 - \operatorname{ch} \beta(x - l_{n-1})]; \quad (13)$$

$$\delta_n = -m\beta \left\{ P_1 \operatorname{sh} \beta x + E\alpha\omega \sum_{i=1}^{n-1} t_i [\operatorname{sh} \beta (x - l_i) - \operatorname{sh} \beta (x - l_{i-1})] - E\alpha\omega t_n \operatorname{sh} \beta (x - l_{n-1}) \right\}. \quad (14)$$

Здесь n — номер участка, в пределах которого определяют напряжения или перемещения; $l_0 = 0, t_0 = 0$.

Анализ решения. Рассмотрим два случая: температура рельсов по длине плети постоянна: $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t$ и температура изменяется по произвольному закону.

а) Температура постоянна по длине плети.

Если $t = \operatorname{const}$, то, используя уравнения (9') и (10), получим:

$$P_1 = E\alpha\omega t \left(1 - \frac{a\beta}{\operatorname{sh} \beta l + a\beta \operatorname{ch} \beta l} \right); \quad (15)$$

$$P_2 = \frac{E\alpha\omega t}{1 + a\beta \operatorname{cth} \beta l}. \quad (16)$$

При опирании рельсов в упоры, т. е. для $a = 0$, имеем $P_1 = P_2 = E\alpha\omega t$, значит, разрядки продольных сил не происходит. При установке вкладыша ($a \neq 0$) силы P_1 и P_2 меньше, чем $E\alpha\omega t$, т. е. происходит частичная разрядка продольных сил, значение которой зависит от a, l и β . Например, при $a = 10$ см, $l = 4800$ см и $\beta = 0,0006779$ см⁻¹ получим: $P_1 = 0,9995E\alpha\omega t, P_2 = 0,9933E\alpha\omega t$. Расхождение между P_1 и P_2 — в третьем знаке, поэтому им можно пренебречь. С увеличением длины плети уменьшается влияние вкладыша на значение сил P_1 и P_2 .

Формулы для определения напряжений и перемещений при $t = \operatorname{const}$ имеют вид

$$\sigma = E\alpha t \frac{\operatorname{sh} \beta l + a\beta (\operatorname{ch} \beta l - \operatorname{ch} \beta x)}{\operatorname{sh} \beta l + a\beta \operatorname{ch} \beta l}; \quad (17)$$

$$\delta = E\alpha a \frac{\operatorname{sh} \beta x}{\operatorname{sh} \beta l + a\beta \operatorname{ch} \beta l}. \quad (18)$$

Если $a = 0$, то $\sigma = E\alpha t$ и $\delta = 0$, т. е. напряжения в рельсах прямо пропорциональны изменению температуры и сечения не перемещаются.

Если $a \neq 0$, то происходит частичная разрядка напряжений и сечения рельсов перемещаются. Так, для $a = 10$ см, $\beta = 0,0006779$ см⁻¹ и $l = 4800$ см имеем $\sigma(l) = 0,9933E\alpha t$ и $\delta(l) = \delta_1 = 0,00012t$ см.

Следовательно, установка вкладыша вносит небольшие погрешности в напряженно-деформированное состояние рельсовой плети по сравнению со случаем непосредственного опирания концов в упоры. С помощью тензодатчиков можно определить практически точное значение продольной сжимающей силы. Однако при $a = 0$ и $t = \operatorname{const}$ определение сжимающей силы по температуре рельсов теоретически обеспечивает более высокую точность.

б) Переменная температура по длине рельса.

Уравнения (11)—(14) преобразуем к виду

$$P_1 = E\alpha\omega \frac{A + BC}{1 + B \operatorname{ch} \beta l}; \quad (19)$$

$$P_2 = E\alpha\omega \frac{A \operatorname{ch} \beta l - C}{1 + B \operatorname{ch} \beta l}; \quad (20)$$

$$\sigma_n = \left\{ P_1 \operatorname{ch} \beta x + \sum_{i=1}^{n-1} t_i [\operatorname{sh} \beta (x - l_i) - \operatorname{sh} \beta (x - l_{i-1})] - t_n [1 - \operatorname{ch} \beta (x - l_{n-1})] \right\}; \quad (21)$$

$$\delta_n = -m\beta E\alpha \left\{ P_1 \operatorname{sh} \beta x + \sum_{i=1}^{n-1} t_i [\operatorname{ch} \beta (x - l_i) - \operatorname{ch} \beta (x - l_{i-1})] - t_n \operatorname{sh} \beta (x - l_{n-1}) \right\}, \quad (22)$$

где

$$A = \sum_{i=1}^n (t_i - t_{i-1}) \operatorname{sh} \beta (l - l_{i-1});$$

$$B = \frac{a\beta}{\operatorname{sh} \beta l};$$

$$C = \sum_{i=1}^{n+1} (t_i - t_{i-1}) \operatorname{ch} \beta (l - l_{i-1}).$$

Таким образом, напряжения, силы и перемещения пропорциональны механическим и геометрическим характеристикам рельсов, но, помимо этого, зависят также от закона изменения температуры по длине плети, характеристики жесткости балласта и длины плети.

Таблица 1

Номер варианта	Температура рельсов, °С, в сечениях с координатами, см					Координата $l_{\text{ср}}$ центра моментов температур, см	$t_{\text{ср}}$, °С
	800	1 600	2 400	3 200	4 600		
1	36	23	20	28	23	2 251	26,0
2	28,5	33	33	30	32	2 425	31,3
3	53	53	50	49,5	50,5	2 371	51,2

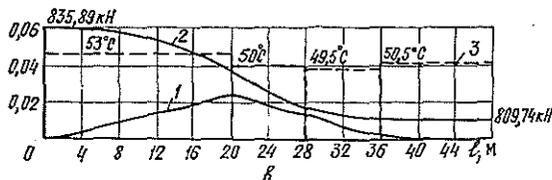
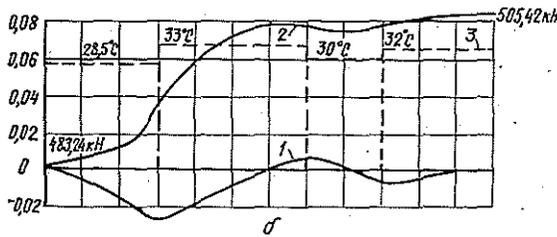
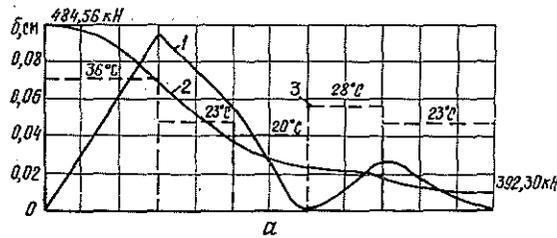


Рис. 4. Данные расчетов: а — вариант 1; б — вариант 2; в — вариант 3; 1 — кривые перемещений по длине плети; 2 — эпюры продольных сил, построенных от условного уровня; 3 — эпюры распределения температуры по длине плети

Таблица 2

β, см ⁻¹	Но- мер вари- анта	Значения сил, кН, при длине вкладыша, см											
		0		10		20		50		100			
		P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂		
0	1	452,3	452,3	424,4	424,4	423,6	423,6	420,9	420,9	416,6	416,6	416,6	416,6
	2	498,0	498,0	497,0	497,0	495,9	495,9	492,9	492,9	487,8	487,8	487,8	487,8
	3	820,7	820,7	819,0	819,0	817,3	817,3	812,2	812,2	803,9	803,9	803,9	803,9
3,973 · 10 ⁻⁴	1	453,0	407,3	453,5	405,6	453,0	403,9	451,6	398,9	449,2	391,0	391,0	391,0
	2	491,0	501,8	490,4	499,7	489,9	497,6	488,1	491,6	485,2	481,8	481,8	481,8
	3	828,5	814,5	827,5	811,2	826,5	807,8	823,7	797,9	819,0	782,1	782,1	782,1
6,773 · 10 ⁻⁴	1	484,6	392,3	484,4	389,6	484,2	387,0	483,6	379,4	482,6	367,3	367,3	367,3
	2	483,2	505,4	483,0	501,5	482,7	498,1	482,0	488,3	480,8	472,8	472,8	472,8
	3	835,9	809,7	835,5	804,3	835,0	798,9	833,8	783,1	831,9	831,9	831,9	831,9

В общем виде исследование закономерностей изменения сил, напряжений и перемещений затруднено, поэтому рассмотрим их на примере для участка пути на стенде, уложенного рельсами Р24 при $l = 48$ м для $\beta = 0,0003973$ см⁻¹ (мелкозернистый песок), $\beta = 0,0006779$ см⁻¹ (среднезернистый песок с примесью гравийных частиц), а также $\beta = 0$. Значения температуры рельсов по длине плети приведены в табл. 1. Ступенчатые эпюры температур показаны на рис. 4.

Координату l_{cp} вычисляем по формуле

$$l_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i x_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где t_i — температуры по участкам;
 x_i — координаты центров тяжести участков.

Значения сил P_1 и P_2 для каждого варианта приведены в табл. 2, эпюры продольных сил и перемещений по длине участка показаны на рис. 4.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. При отсутствии сил сопротивления перемещениям сечений рельсов (этот случай рассмотрен для сравнения) силы P_1 и P_2 , действующие по концам плети, равны. Они уменьшаются по мере увеличения длины вкладыша, и их можно точно определить тензометрическим способом.

2. Если действуют силы сопротивления ($\beta \neq 0$), обусловленные связью рельсов со шпалами (хотя бы за счет сил трения) и перемещением шпал в балласте, значения сил P_1 и P_2 не равны. Значит, установка тензорезисторов только на одном конце плети не дает полной информации о силах, действующих в плети, т. е. тензорезисторы следует устанавливать по обоим концам плети.

3. Разность между силами P_1 и P_2 при прочих равных условиях зависит от степени равномерности температуры по длине плети, жесткости основания в продольном направлении β и длины вкладыша a (табл. 3).

Знак разности можно оценить с помощью величины l_{cp} . Если $l_{cp} < 0,5l$, то $P_1 > P_2$; если $l_{cp} > 0,5l$, то $P_1 < P_2$; если $l_{cp} = 0,5l$, то $P_1 = P_2$. Последний случай, однако, не означает, что температура рельсов

Таблица 3

β , см ⁻¹	Но- мер ва- рианта	Разность $\Delta P = P_1 - P_2$, кН, при a , см				
		0	10	20	50	100
$3,973 \cdot 10^{-4}$	1	45,7	47,9	-49,5	52,7	58,2
	2	-10,8	-9,3	-7,7	-3,5	3,4
	3	14,0	16,3	18,7	25,8	36,9
$6,779 \cdot 10^{-4}$	1	92,3	94,8	97,2	104,2	115,3
	2	-22,2	-18,5	-15,4	-6,3	8,0
	3	26,2	31,2	36,1	50,7	73,7

постоянна по длине плети, так как $l_{cp} = 0,5l$ при любом симметричном (относительно оси симметрии участка) изменении температуры по длине плети.

С увеличением длины вкладыша разность ΔP для $l_{cp} < 0,5l$ увеличивается, а для $l_{cp} > 0,5l$ — уменьшается. Это объясняется разрядкой продольных сил у левого конца плети, где в нашем случае установлен вкладыш.

4. Вследствие неравномерного изменения температуры изменяются продольные силы по длине плети, и сечение ее перемещается. Направление перемещения определяется законом изменения температурных сил и характером взаимодействия продольных сил, действующих на различных участках плети. Оно может изменяться по длине плети, как показано на рис. 4 для вариантов 1 и 2.

Таким образом, изменение продольных сил только с помощью тензометрического метода или только через температуру рельсов при неравномерном изменении температуры по длине плети не гарантирует получения точной информации о ее напряженно-деформированном состоянии.

При постоянной температуре рельсов по длине плети можно применять оба метода. Предпочтителен второй метод из-за своей методической простоты. Применение тензодатчиков не исключает необходимости в установке термометров для контроля равномерности температуры рельсов.

При неравномерном нагреве рельсов по длине плети для определения ее напряженно-деформированного состояния необходимо применять одновременно оба метода с установкой тензорезисторов по обоим концам плети. Это обеспечит необходимую точность измерения продольных сил и позволит построить эпюру их изменения по длине плети.

Напряженное состояние плети в первом приближении можно оценить как полусумму сил P_1 и P_2 или по средней температуре рельса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Бромберг Е. М. Устойчивость бесстыкового пути. — М.: Транспорт, 1966. — 67 с. [2]. Морозов С. И. Температурные изменения длины рельсов // Лесн. журн. — 1962. — № 2. — С. 80—89. — (Изв. высш. учеб. заведений). [3]. Плехов О. Г. Устойчивость лесовозного пути с длинными рельсами // Путь и путевое хозяйство. — 1968. — № 1. — С. 12—13. [4]. Попов М. В. Влияние начальных несовершенств на устойчивость рельсошпальной решетки // Лесн. журн. — 1977. — № 4. — С. 83—88. — (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 31 января 1987 г.