

УДК 629.114:681.001.57

**С.Л. Смирнов**

Смирнов Сергей Леонидович родился в 1976 г., окончил в 1998 г. Архангельский государственный технический университет, аспирант кафедры теоретической механики АГТУ. Имеет 1 печатную работу в области теории удара.



## КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СОУДАРЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ

Рассмотрена математическая модель процесса соударения автомобилей и особенности ее реализации на ЭВМ. Составлена программа и приведены результаты тестовых расчетов для сравнения математической и компьютерной моделей.

Соударение автомобилей имеет место на автодорогах различного назначения. Изучение такого взаимодействия представляет большой практический и теоретический интерес, так как позволяет сделать вывод о его последствиях.

Цель данной работы – описание способа программной реализации процесса соударения автомобилей на основе существующей математической модели, а также сравнение результатов математической и компьютерной моделей.

В настоящее время существуют несколько методик для аналитического расчета последствий соударения тел при анализе дорожно-транспортных происшествий [1], однако в них автомобиль принимают за материальную точку, что далеко от реальности. Физическим условиям процесса соударения двух тел больше соответствует схема (рис. 1), приведенная в работе [2].

Расчетные зависимости применительно к этой схеме имеют вид:

а) для определения импульсов ударных сил:  
при ударе с проскальзыванием тел в точке соударения  $E$

$$S_n = -\frac{A_1(1 + \varepsilon)}{G + Hf_d}; \quad (1)$$

$$S_\tau = S_n f_d; \quad (2)$$

при ударе без проскальзывания в точке соударения  $E$

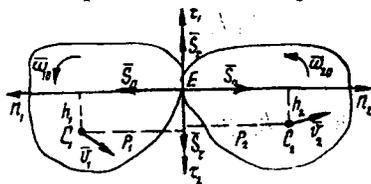


Рис. 1. Расчетная схема плоского удара двух тел.

$$S_n = \frac{HA_2 - G_1 A_1 (1 + \varepsilon)}{B}; \quad (3)$$

$$S_\tau = \frac{HA_1 (1 + \varepsilon) - GA_2}{B}, \quad (4)$$

где  $S_n, S_\tau$  – импульсы ударных сил, приложенные в точке соударения и направленные по нормали и по касательной к поверхности тел;

$G, G_1, H, B$  – инерциальные коэффициенты:

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{h_1^2}{I_1} + \frac{h_2^2}{I_2};$$

$$G_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{p_1^2}{I_1} + \frac{p_2^2}{I_2};$$

$$H = \frac{\bar{p}_1 \bar{h}_1}{I_1} + \frac{\bar{p}_2 \bar{h}_2}{I_2};$$

$$B = GG_1 - H^2;$$

$A_1, A_2$  – скоростные коэффициенты,

$$A_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \bar{h}_1 \bar{\omega}_{10} + \bar{h}_2 \bar{\omega}_{20};$$

$$A_2 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \bar{p}_1 \bar{\omega}_{10} + \bar{p}_2 \bar{\omega}_{20};$$

$\varepsilon$  – коэффициент восстановления тел в точке  $E$  при ударе. Его значение определяют экспериментально. Для упругого удара полагают  $\varepsilon = 1$ , для неупругого  $\varepsilon = 0$ . Для сплошных стальных тел  $\varepsilon = 0,5 \dots 0,7$  (в зависимости от скорости соударения);

$f_d$  – мгновенный динамический коэффициент трения скольжения при ударе. Значения  $f_d$  также находят экспериментально;

$m_1, m_2$  – массы соударяющихся тел;

$I_1, I_2$  – их моменты инерции относительно осей, проходящих через центры масс тел (точки  $C_1$  и  $C_2$ ) и направленных нормально к плоскости рисунка;

$h_1, p_1, h_2, p_2$  – координаты центров масс автомобилей в системе координат  $\tau$  и  $n$ ;

$\bar{\tau}, \bar{n}$  – орты осей координат;

$v_1, v_2$  – скорости центров масс тел до удара;

$\omega_{10}, \omega_{20}$  – угловые скорости тел до удара;

б) для определения линейных и угловых скоростей тел после удара

$$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 = \bar{v} \bar{\tau}_1 + \frac{S_\tau}{m_1}; \quad (5) \quad \bar{u}_1 \bar{n}_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \frac{S_n}{m_1}; \quad (6)$$

$$\bar{u}_2 \bar{\tau}_2 = \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \frac{S_\tau}{m_2}; \quad (7) \quad \bar{u}_2 \bar{n}_2 = \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \frac{S_n}{m_2}; \quad (8)$$

$$\omega_1 = \omega_{10} + \frac{S_\tau \bar{p}_1}{I_1} + \frac{S_n \bar{h}_1}{I_1}; \quad (9) \quad \omega_2 = \omega_{20} + \frac{S_\tau \bar{p}_2}{I_2} + \frac{S_n \bar{h}_2}{I_2}. \quad (10)$$

В формулах (5) – (10) обозначено:

$\bar{u}_1\bar{\tau}_1, \bar{u}_2\bar{\tau}_2$  – проекции скоростей центров масс тел после удара на оси координат  $\tau_1, \tau_2$ ;

$\bar{u}_1\bar{n}_1, \bar{u}_2\bar{n}_2$  – проекции скоростей центров масс тел после удара на оси  $n_1, n_2$ ;

$\bar{u}_1\bar{\tau}_1, \bar{u}_1\bar{n}_1, \bar{u}_2\bar{\tau}_2, \bar{u}_2\bar{n}_2$  – проекции скоростей центров масс тел до удара на оси  $\tau$  и  $n$ .

В приведенных обозначениях индекс 1 соответствует ударяющему телу, индекс 2 – ударяемому.

Ниже рассмотрены примеры для двух расчетных схем на соударение автомобилей, в которых была использована эта математическая модель.

Выражения для вычисления значений  $p$  и  $h$  для расчетной схемы на рис 2, а имеют вид:

$$h_1 = l_1 \cos \alpha - B_1 \sin \alpha; \quad h_2 = B_2;$$

$$p_1 = l_1 \sin \alpha + B_1 \cos \alpha; \quad p_2 = B_2 - \Delta_1;$$

для расчетной схемы на рис. 2, б:

$$h_1 = B_1 \cos \alpha - l_1 \sin \alpha; \quad h_2 = B_2 - \Delta_2;$$

$$p_1 = l_1 \cos \alpha + B_1 \sin \alpha; \quad p_2 = L_2 - l_2,$$

где  $B_1, B_2$  – половина ширины соответственно первого и второго автомобиля;

$l_1, l_2$  – расстояния от центров масс первого и второго тела до переднего бампера;

$\Delta_1, \Delta_2$  – расстояния от точки удара  $E$  до бампера;

$L_2$  – длина ударяемого автомобиля 2.

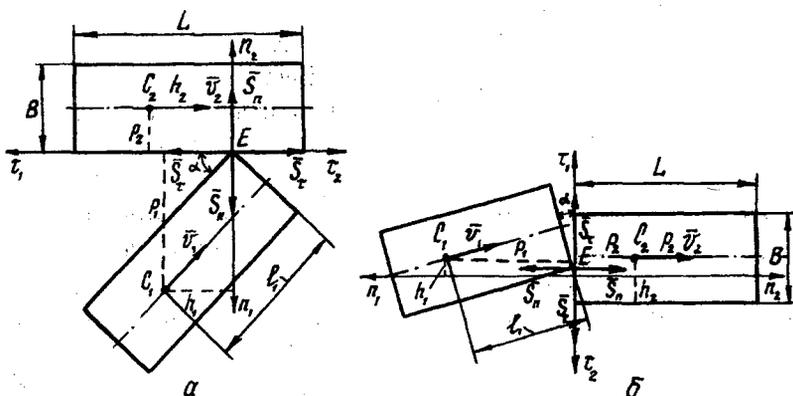


Рис. 2. Схема соударения автомобилей: а – боковой; б – фронтальный удар

Система уравнений (1) – (10) применима для любого случая соударения автомобилей, однако формулы, по которым рассчитывают значения  $p$  и  $h$ , зависят от вида соударения. Поэтому при реализации на ЭВМ этой математической модели необходимо заранее предусмотреть все возможные случаи соударения.

Задача по определению  $p$  и  $h$  без применения формул решена нами программными средствами. При разработке компьютерной программы, реализующей предложенную математическую модель, мы исходили из максимальной наглядности на экране процесса соударения двух автомобилей. Кроме того, программа должна быть удобна в использовании и не требовать от пользователя специальной подготовки.

Графические и вычислительные ресурсы современных ЭВМ позволяют смоделировать сложные процессы реального мира. Это относится и к процессу соударения автомобилей. В полной мере реализовать предоставленные возможности помогают специальные библиотеки программ, так как разработки в области компьютерной графики ведутся достаточно давно и широко используются в компьютерных играх, мультимедийных приложениях, САД-системах. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

В среде Windows наиболее широкое распространение получила библиотека DirectX фирмы Microsoft. Она представляет собой набор из нескольких API (Application Programming Interface – интерфейс программирования приложений), позволяющих разработчикам игр и других интерактивных приложений получать доступ к специфическим функциям аппаратного обеспечения без необходимости написания аппаратно-зависимого программного кода. DirectX основан на наборе интерфейсов COM или классов. Аббревиатура COM расшифровывается как Component Object Model (компонентная модель объектов) и представляет собой спецификацию интерфейса, в котором функции вызываются через указатели.

Таким образом, объекты COM можно описывать такими языками программирования, как C/C++, Delphi или даже Basic. Графическая часть этой библиотеки состоит из двух уровней DirectDraw и Direct3D. DirectDraw обеспечивает доступ к аппаратным средствам, отвечающим за изображение, что позволяет работать с двухмерной графикой и напрямую управлять видеопамятью, оверлеями и сменой видеостраниц. Direct3D предназначен для создания трехмерных графических изображений. Он состоит из API низкого уровня (Direct3DIM), который обеспечивает несколько базовых возможностей создания изображения, и API высокого уровня (Direct3DRM), который осуществляет комплекс операций, образующих изображение.

В Direct3DRM определен набор абстракций для работы с объектами в 3D пространстве. Основой любой 3D модели, ее каркасом или скелетом являются строения (frames). Они имеют иерархическую древовидную структуру, на вершине которой располагается корневое строение, называемое сценой. Таким образом, каждое строение, кроме сцены, имеет родителя, и их

положение в 3D-пространстве задается по отношению к родителю. Иначе строение можно представить как трехмерную декартову систему координат.

Существует возможность любую точку в 3D-модели представить в координатах любого строения. Эту особенность можно применить для целей нашей задачи следующим образом. Если систему координат  $\tau, n$  принять за строение (назовем его строением удара), начало координат которого совпадает с точкой  $E$ , и центры масс тел (точки  $C_1$  и  $C_2$ ) привести к системе координат строения удара, то полученные новые абсцисса и ордината дадут соответственно значения  $p$  и  $h$ . Благодаря этим преобразованиям отпадает необходимость в аналитическом получении зависимостей для определения  $p$  и  $h$  в каждом случае удара.

Эти значения можно получить численным методом, их точность зависит от математического аппарата DirectX. Следовательно, она достаточно высока, так как все числа, используемые в DirectX, имеют точность до 54 знаков после запятой.

Для определения значений  $p$  и  $h$  по описанному методу необходимо найти положение точки  $E$ . Его можно получить двумя способами: с помощью «мыши», простым перемещением изображения по экрану монитора, либо задавая геометрические параметры, однозначно определяющие положение фрейма удара (расстояние от переднего бампера автомобиля, его сторона и угол удара). В программе предусмотрены оба варианта.

Автомобиль в разработанной компьютерной модели представлен в виде прямоугольника, поэтому при интерактивной работе приходится проверять, пересекаются ли прямоугольники. На первый взгляд эта задача кажется тривиальной, которую приходится решать любому разработчику компьютерных игр. Существует, однако, множество программных способов ее решения.

В нашем случае есть одна особенность: требуется точно определить точку касания. В работах [3, 4] приведены несколько методов определения положения точек пересечения прямоугольников в 2D-пространстве. Нами применен метод последовательного обхода граней. Он заключается в следующем: прямоугольник состоит из четырех отрезков, которые проверяют на пересечение с четырьмя отрезками второго прямоугольника, определяют точки пересечения. В случае обнаружения нескольких точек (прямоугольники пересекаются, а не касаются друг друга) происходит автоматическая корректировка положения одного из прямоугольников таким образом, чтобы произошло именно касание.

Работа с программой начинается с того, что с помощью «мастера нового расчета» вводят требуемые исходные данные. Затем либо с помощью мыши, либо путем указания расстояния от переднего бампера, стороны и угла удара необходимо расположить автомобиль требуемым образом. Момент соприкосновения определяется программой автоматически, после чего выполняют расчет по математической модели. Результаты расчета приводятся в специальной таблице. В программе предусмотрена возможность сохранения и восстановление ранее произведенных расчетов.

Вид удара	Способ расчета	$S_n$	$S_t$	$\bar{u}_1 \bar{v}_1$	$\bar{u}_1 \bar{n}_1$	$\bar{u}_2 \bar{v}_2$	$\bar{u}_2 \bar{n}_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
		Н · с		м/с				с <sup>-1</sup>	
Боковой	Аналитический По модели	955,2	-1377	-5,658	-1,568	9,047	0,661	-0,740	-1,31
		955,2	-1377	-5,658	-1,568	9,047	0,661	-0,740	-1,31
Фронтальный	Аналитический По модели	3955	-1188	4,134	5,775	-1,196	8,986	-1,526	-0,83
		3955	-1188	4,134	5,775	-1,196	8,986	-1,526	-0,83

Результаты работы программы были протестированы на примерных расчетных схемах (рис. 2). В таблице для сравнения приведены значения расчетных величин при ручном аналитическом расчете с помощью системы уравнений (1) – (10) и компьютерной модели при следующих исходных данных:  $m_1 = 1045$  кг;  $m_2 = 1445$  кг;  $v_1 = 5$  м/с;  $v_2 = 10$  м/с;  $\omega_{10} = \omega_{20} = 0$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $l_1 = l_2 = 0,9165$  м;  $B_1 = B_2 = 0,82$  м;  $I_1 = 1527$  кг · м<sup>2</sup>;  $I_2 = 2197$  кг · м<sup>2</sup>;  $\varepsilon = 0,5$ . Как видно из таблицы, эти результаты при различных методах расчета полностью совпадают, что позволяет сделать вывод об адекватности компьютерной и математической моделей.

Разработанная компьютерная модель процесса соударения автомобилей позволяет находить угловые и линейные скорости после удара для любого взаимного их расположения. Зная значения и направления скоростей после удара и сил, действующих на автомобиль, можно найти траекторию его движения после удара, но это уже другая задача.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов С.И. О методике решения задач на соударение автомобилей // Лесн. журн. – 1998. – № 6. – С. 37–44. – (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Морозов С.И. О процессе соударения автомобилей // Лесн. журн. – 1998. – № 2–3. – С. 24–32. – (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Найджел Томпсон. Секреты программирования трехмерной графики для Windows 95. – СПб.: Питер, 1997. – 352 с.
4. Препарата Ф., Шеймос А. Вычислительная геометрия: Введение. – М.: Высш. шк., 1993. – 408 с.

Архангельский государственный технический университет  
Поступила 22.02.2000 г.

S.L. Smirnov

### Computer Model of the Car Collision Process

The mathematical model of the car collision process is viewed as well as its computer realization peculiarities. The programme was written and the test calculation results were carried out for comparing a mathematical model with a computer one.