

3. Параметры жесткости  $c$  подвеса и демпфирования  $\beta_3$  в пачке (выражения (25, 26)) поддаются экстремальной оптимизации по интегральному критерию нагруженности (22) трелевочной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Александров В. А. К вопросу определения изгибной жесткости деревьев // Машины и орудия для механизации лесозаготовок: Межвуз. сб. науч. тр.—Л., 1975.— Вып. 4.— С. 22—24. [2]. Варава В. И. Анализ способов транспортировки пачка хлыстов // Там же.—Л., 1974.— Вып. 3.— С. 27—35. [3]. Жук ов А. В. О выборе расчетной модели погруженных деревьев при исследовании колебаний лесных машин // Лесн. журн.—1977.— № 4.— С. 75—82.— (Изв. высш. учеб. заведений). [4]. Коротяев Л. В. Параметры деревьев и хлыстов как объектов лесозаготовительного производства: Учеб. пособие.—Л., 1982.— 80 с.

Поступила 20 февраля 1991 г.

УДК 625.815.5

**ВОЗДЕЙСТВИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ  
НА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ПЛИТЫ  
ЛЕСОВОЗНЫХ АВТОДОРОГ**

Б. В. УВАРОВ

Архангельский лесотехнический институт

В работах [1, 2] приведен динамический расчет колежных покрытий из железобетонных плит при двухсторонней связи между плитой и грунтом. Однако реальные грунты не способны работать на растяжение. При появлении растягивающих напряжений контакт между плитой и основанием исчезает и происходит отрыв плиты от грунта. Он наблюдается в тот момент, когда колесо автомобиля находится вблизи стыка. Этот фактор можно учесть с помощью нелинейных дифференциальных уравнений, которые решаются только численными методами.

Рассмотрим балку длиной  $l$ , лежащую на упругом основании винклеровского типа и нагруженную сосредоточенной динамической силой  $P$  (рис. 1, а). На балку также действуют реактивные силы со стороны грунта и силы инерции самой балки. В точках, где есть контакт между балкой и основанием, суммарное погонное усилие

$$p(x, t) = (m_6 + m_0) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + cw(x, t); \quad (1)$$

там, где нет этого контакта,

$$p(x, t) = m_0 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2}. \quad (2)$$

В этих формулах  $x$  — координата по оси балки;  
 $t$  — время;

$m_6, m_0, \mu, c$  — погонное значение массы балки, присоединенной массы основания, коэффициента вязкого сопротивления грунта и коэффициента постели соответственно;

$w(x, t)$  — прогиб балки (положительное направление вниз).

Осадку поверхности основания  $w_0(x, t)$  при отсутствии его контакта с балкой можно определить из уравнения

$$m_0 \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} + cw_0(x, t) = 0, \quad (3)$$

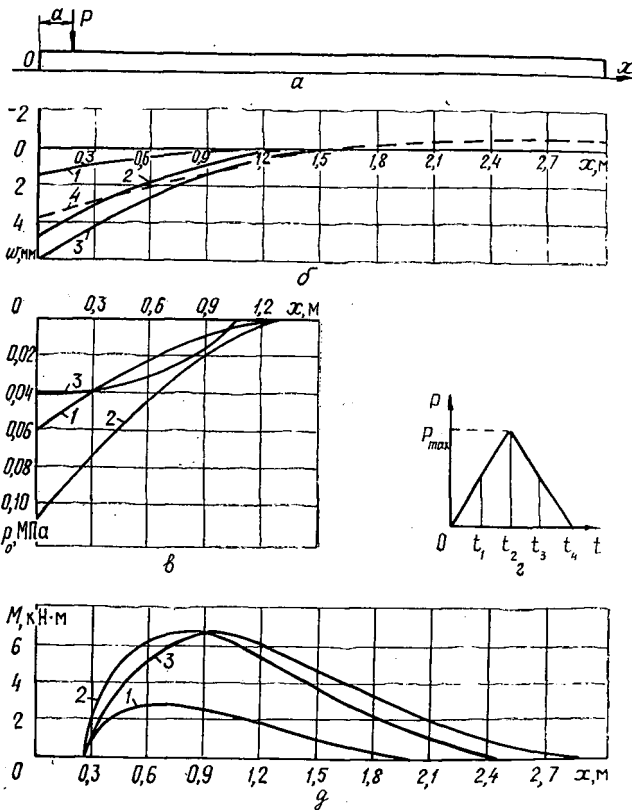


Рис. 1

Уравнение упругой линии оси балки со свободными концами, находящейся под воздействием рассмотренных сил, имеет вид

$$w(x, t) = w(0, t) + x \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} + \frac{1}{6EI} P(t)(x-a)^3 U(x-a) - \frac{1}{6EI} \int_0^x p(\epsilon, t)(x-\epsilon)^3 d\epsilon + \frac{qx^4}{24EI}, \quad (4)$$

где  $EI$  — жесткость балки;  
 $P(t)$  — динамическая сосредоточенная нагрузка, изменяющаяся во времени по заданному закону;  
 $a$  — координата приложения сосредоточенной силы;  
 $U(x-a)$  — единичная функция;  
 $q$  — погонный вес балки.

Прогиб балки, найденный по формуле (4), можно приравнять к прогибу, полученному при решении дифференциальных уравнений (1) или (2) в зависимости от наличия или отсутствия контакта балки с грунтом. Это позволяет получить интегральное уравнение, содержащее неизвестную погонную нагрузку  $p(x, t)$ , а также прогиб  $w(0, t)$  и угол поворота  $\frac{\partial w(0, t)}{\partial x}$  на конце балки.

Кроме того, требуется решить дифференциальное уравнение (3), для того чтобы определить наличие контакта в рассматриваемой точке между балкой и основанием.

Задачу можно решить численно. Разобьем рассматриваемый промежуток времени на интервалы с постоянным шагом  $\Delta t$  и будем находить решения последовательно для каждого шага. Условимся, что в пределах каждого  $i$ -го шага зависимость  $p(x, t)$  от времени задана.

Проще всего считать  $p(x, t)$  не зависящей от времени и равной  $p^i(x)$ , ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ). Обозначим  $m = m_0 + m_6$ ;  $D = c/m - \mu^2/(4m^2)$ . Для прогибов балки в конце рассматриваемого  $i$ -го шага или (что все равно) в начале последующего  $i + 1$ -го шага имеем

$$w^{i+1}(x) = Ap^{i+1}(x) + \left(B + \frac{\mu}{m} C\right) w^i(x) + C \frac{\partial w^i(x)}{\partial t}, \quad (5)$$

где  $A, B, C$  — постоянные величины; при  $\Delta t = \text{const}$  их находят по формулам:

при  $D < 0$

$$A = \frac{1}{m\theta \left(\frac{\mu^2}{4m^2} - \theta^2\right)} \left[ e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t} \left( \frac{\mu}{2m} \text{sh } \theta \Delta t + \theta \text{ch } \theta \Delta t \right) - \theta \right];$$

$$B = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t} \left( \theta \text{ch } \theta \Delta t - \frac{\mu}{2m} \text{sh } \theta \Delta t \right); \quad C = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t};$$

где  $\theta = \sqrt{-D}$ ;

при  $D > 0$

$$A = \frac{1}{m\theta \left(\frac{\mu^2}{4m^2} + \theta^2\right)} \left[ e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t} \left( \frac{\mu}{2m} \sin \theta \Delta t + \theta \cos \theta \Delta t \right) - \theta \right];$$

$$B = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t} \left( \theta \cos \theta \Delta t - \frac{\mu}{2m} \sin \theta \Delta t \right); \quad C = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{\mu}{2m} \Delta t};$$

где  $\theta = \sqrt{D}$ .

Решение дифференциального уравнения (2) имеет вид

$$w^{i+1}(x) = \frac{1}{2m_6} p^{i+1}(x) \Delta t^2 + w^i(x) + \Delta t \frac{\partial w^i(x)}{\partial t}. \quad (6)$$

Для свободной поверхности основания из уравнения (3) получаем

$$w_0^{i+1}(x) = \left(B + \frac{\mu}{m_0} C\right) w_0^i(x) + C \frac{\partial w_0^i(x)}{\partial t}, \quad (7)$$

где  $B$  и  $C$  определяются приведенными выше формулами, в которых следует принять  $m = m_0$ .

При решении задачи величину  $w^{i+1}(x)$ , найденную по уравнению (4), следует приравнять к выражению (5) для значений  $x$ , при которых  $w_0(x, t) \leq w(x, t)$ , и к выражению (6) для  $x$ , при которых  $w_0(x, t) > w(x, t)$ .

Решим интегральное уравнение относительно  $p^{i+1}(x)$ , заменив интеграл в (4) конечной суммой при заданном числе узлов по переменной  $x$ . После этого получим систему линейных алгебраических уравнений. Для определения значения  $p^{i+1}(x)$  в узлах интегрирования эту систему требуется решать на каждом  $i$ -м шаге по переменной  $t$ . При нахождении  $w(0, t)$  и  $\frac{\partial w(0, t)}{\partial x}$  на  $i$ -м шаге используем условия равновесия

$$\int_0^l p^{i+1}(x) dx = P^{i+1} + ql;$$

$$\int_0^l p^{i+1}(x) x dx = P^{i+1} a + \frac{ql^2}{2},$$

где  $P^{i+1}$  — значение динамической силы  $P(t)$  в конце рассматриваемого  $i$ -го шага.

На начальном шаге надо задать  $\omega^0(x)$  и  $\frac{\partial \omega^0(x)}{\partial t}$ . Вторая величина равна нулю, а значения  $\omega^0(x)$  в узлах интегрирования при учете собственного веса балки  $q$  равно  $q/c$ . На последующих шагах значения  $\omega^i(x)$  и  $\frac{\partial \omega^i(x)}{\partial t}$  приравнивают соответствующим значениям в конце предыдущего шага. Производную  $\frac{\partial \omega^i(x)}{\partial t}$  находят, дифференцируя (5) по  $\Delta t$ , для чего требуется определить производные для  $A, B, C$  по  $\Delta t$ .

Одновременно рассчитывают  $\omega_0^{i+1}(x)$  на каждом шаге по такой же методике. Если окажется  $\omega_0^{i+1}(x) < \omega^{i+1}(x)$  для некоторых значений  $x$  (что практически невозможно), надо принять  $\omega_0^{i+1}(x) = \omega^{i+1}(x)$ .

Поскольку при решении системы уравнений соотношение между  $\omega^{i+1}(x)$  и  $\omega_0^{i+1}(x)$  в конце рассматриваемого отрезка времени неизвестно, требуется выполнить 3...5 итераций, начинающихся с предыдущих значений. При достаточно малом  $\Delta t$  нужная точность может быть получена и без итераций, но при этом время расчета возрастет.

Определив  $p(x, t)$  и  $\omega(x, t)$ , найдем изгибающие моменты  $M(x, t)$ , перерезывающие силы  $Q(x, t)$  и реактивное давление грунта  $p_0(x, t)$ :

$$M(x, t) = P(t) a U(x-a) + \frac{qx^2}{2} - \int_0^x p(\varepsilon, t)(x-\varepsilon) d\varepsilon;$$

$$Q(x, t) = P(t) U(x-a) + qx - \int_0^x p(\varepsilon, t) d\varepsilon;$$

$$p_0(x, t) = p(x, t) - m_6 \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial t^2}.$$

В точках, где нет контакта между балкой и грунтом,  $p_0(x, t) = 0$ .

Расчеты по приведенному алгоритму выполнены на персональном компьютере. Программа составлена на языке Паскаль. Результаты расчетов для железобетонной плиты ПД-3, применяющейся на лесовозных автодорогах, приведены на рис. 1—3. Исходные данные:  $l = 3$  м,  $EI = 1500$  кН·м<sup>2</sup>,  $m_6 = 0,25$  т/м,  $m_0 = 0,25$  т/м,  $\mu = 250$  кН·с/м<sup>2</sup>,  $q = 2,5$  кН/м,  $c = 10\,000$  кН/м<sup>2</sup>. Зависимость сосредоточенной нагрузки от времени  $P(t)$  принята по формуле треугольного импульса, показанного на рис. 1, а при  $P_{\max} = 50$  кН. Время нарастания силы  $t_2$  и время спа-

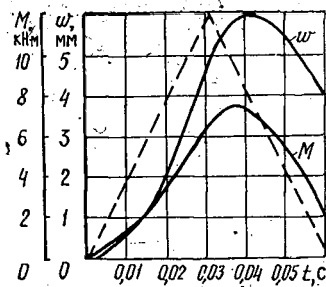


Рис. 2

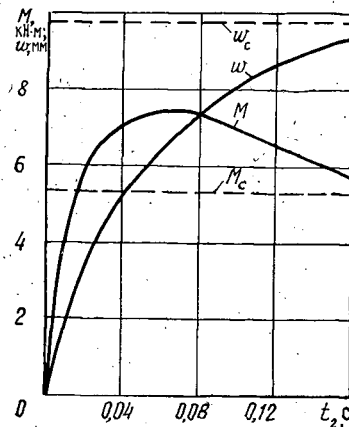


Рис. 3

да  $t_4 - t_2$  равны 0,03 с, координата точки расположения силы на плите  $a = 0,165$  м. При таких параметрах имитируется воздействие на покрытие колеса лесовозного автомобиля МАЗ-509 в момент входа на конец плиты со скоростью около 10 м/с.

Для замены интеграла конечной суммой принята квадратурная формула трапеций при числе узлов 21. Шаг по времени  $\Delta t$  определяли исходя из относительной погрешности 0,002 по прогибам балки на момент  $t_4$ , путем повторных расчетов с делением  $\Delta t$  на 2. Оказалось, что такая точность достаточна при  $\Delta t = t_4/120$ .

На рис. 1, б показаны эпюры прогибов балки  $w(x, t)$ , на рис. 1, в — реакций основания  $p_0(x, t)$  и на рис. 1, д — изгибающих моментов  $M(x, t)$  для времени  $t_1, t_2, t_3$  и  $t_4$ . Соответствие эпюр различным значениям  $t$  обозначено цифрами. Эпюры для  $p_0$  показывают, на каком участке плита находится в контакте с грунтом. Фактически подъем ненагруженного конца плиты запаздывает по отношению к максимуму нагрузки и становится заметным только на момент прекращения действия силы. Эффект запаздывания наблюдается и в эпюре изгибающих моментов.

На рис. 2 приведены зависимости максимального прогиба  $w$  и максимального изгибающего момента  $M$  от времени. Здесь же пунктирной линией показан импульс силы  $P$ . О степени влияния динамического фактора можно судить по величине смещения максимумов  $w$  и  $M$  относительно максимума  $P$ .

На рис. 3 показаны зависимости максимальных  $w$  и  $M$  от  $t_2$  при неизменной треугольной форме импульса силы. Пунктирные линии изображают графики  $w = w_c$  и  $M = M_c$  при действии статической сосредоточенной нагрузки  $P = 50$  кН. С увеличением  $t_2$  значения  $w$  и  $M$  асимптотически приближаются к значениям  $w_c$  и  $M_c$ .

В целом проведенные расчеты подтверждают эффективность предложенного метода, который может быть использован в проектной практике. Можно утверждать, что влияние динамического воздействия автотранспорта на покрытие существенно, и оно должно учитываться при расчете железобетонных плит. Так, при реальных скоростях движения отрицательные изгибающие моменты могут возрастать на 25% (рис. 3). Отмечено влияние увеличения динамического фактора и односторонней связи плит с основанием на реактивные напряжения, а следовательно, и на работу грунтового основания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Уваров Б. В. Воздействие подвижной нагрузки на балки, лежащие на упругом основании // Строительная механика и расчет сооружений.— 1974.— № 1.— С. 40—42. [2]. Уваров Б. В. Коровкин Р. Л. Расчет балок на упругом основании, работающих в условиях динамического нагружения // Лесн. журн.— 1970.— № 1.— С. 31—32.— (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 24 января 1991 г.

УДК 625.142.212.001.24

## СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ШПАЛ УЗКОЙ КОЛЕСИ

А. П. ЕЛИСЕЕВ

Архангельский лесотехнический институт

Существующие методы расчета шпал [2] разработаны в предположении, что их нижняя постель соприкасается с балластом во всех ее