

УДК 676.051.32

С.Н. Вихарев

Уральский государственный лесотехнический университет

Вихарев Сергей Николаевич родился в 1958 г., окончил в 1980 г. Уральский государственный лесотехнический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и оборудования целлюлозно-бумажных производств Уральского государственного лесотехнического университета. Имеет около 150 печатных работ в области динамики оборудования ЦБП.
E-mail: cbp200558@mail.ru

ОСЕВЫЕ СИЛЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РАЗМОЛЕ В ДИСКОВОЙ МЕЛЬНИЦЕ

Цель статьи – исследование осевых сил, возникающих при размоле в ножевых размалывающих машинах. Решается задача разработки методики для определения этих сил.

Осевые силы, как правило, имеют неравномерное распределение в зоне размола из-за неравномерности зазора между ротором и статором и вязкоупругих свойств волокнистой прослойки. Ранее эти силы определялись только при равномерном распределении давления в зоне размола и без учета переменных составляющих силы. Разработана методика расчета осевых сил и мощности привода мельниц с учетом вышеназванных факторов. Эта методика рекомендована для расчета ножевых размалывающих машин.

Ключевые слова: осевые силы, мельница, распределение давления.

Исследования, проведенные автором [1] и другими учеными [2], показали наличие постоянных F_{y1} и переменных F_{y2} составляющих осевой силы. Осевая сила со стороны полуфабриката на диск

$$F_y^n = F_{y1}^n + F_{y2}^n, \quad (1)$$

где n – число гармоник и субгармоник гарнитурных частот.

Исследования [1, 2] показали, что при уменьшении номинального зазора $S_{\text{НОМ}}$ между ротором и статором возрастают постоянная F_{y1}^n и переменная F_{y2}^n составляющие осевой силы F_y^n . При размоле волокнистых полуфабрикатов это происходит практически линейно [1, 3], т. е.

$$F_{y1}^n = bS_{\text{НОМ}} - a; \quad (2)$$

$$F_{y2}^n = \sum_{i=1}^n (d_i S_{\text{НОМ}} - c_i) \cos \omega_{\Gamma i} t, \quad (3)$$

где a, b – коэффициенты процесса размола;

d_i, c_i – i -й коэффициент процесса размола;

$\omega_{\Gamma i}$ – i -ая гармоника или субгармоника гарнитурной частоты.

Коэффициенты a, b, d_i, c_i зависят от факторов процесса размола. В зависимости от направления действия осевой силы коэффициенты a, c_i могут быть положительными или отрицательными.

Подставляем уравнения (2) и (3) в (1):

$$F_y^n = bS_{\text{НОМ}} - a + \sum_{i=1}^n (d_i S_{\text{НОМ}} - c_i) \cos \omega_{\Gamma i} t; \quad (4)$$

в то же время со стороны диска на полуфабрикат действует сила $F_y^M = C_s X$:

$$C_s = \begin{vmatrix} C_{11} & 0 & 0 & -C_{12} \\ 0 & C_{11} & C_{12} & 0 \\ 0 & C_{21} & C_{22} & 0 \\ -C_{21} & 0 & 0 & C_{22} \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$$X = \begin{vmatrix} x \\ z \\ \varphi \\ \theta \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ – коэффициенты жесткости модели мельницы;

x, z и φ, θ – соответственно линейные и угловые перемещения диска мельницы.

На рис. 1 показана модель мельницы в декартовой системе координат $OXYZ$, находящейся в пространстве (т. С – геометрический центр ротора мельницы). Система координат $sxyz$ вращается вместе с ротором с частотой ω (r, η – полярные координаты).

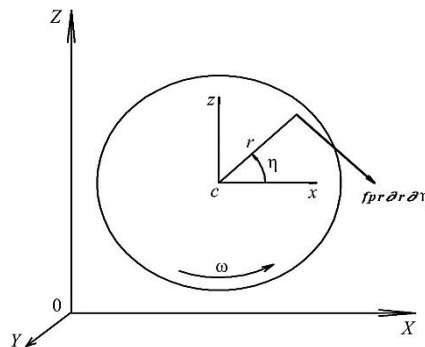


Рис. 1. Модель мельницы

Соотношение между двумя декартовыми системами можно записать в следующем виде [3]:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Z \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_c \\ Z_c \\ Y_c \end{Bmatrix} + R_1 R_2 \begin{Bmatrix} x \\ z \\ y \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где
$$R_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}; \quad (8)$$

$$R_2 = \begin{vmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Используя модуль трения Кулона, результирующие силы и моменты, возникающие при давлении p и коэффициенте трения между дисками f , в координатах $OXYZ$ можно записать как

$$\begin{pmatrix} F_x^n \\ F_z^n \\ F_y^n \end{pmatrix} = R_1 R_2 \begin{pmatrix} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} f p r \sin \eta \partial r \partial \eta \\ - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} f p r \cos \eta \partial r \partial \eta \\ - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} p r \partial r \partial \eta \end{pmatrix}; \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} M_{pX} \\ M_{pZ} \\ M_{pY} \end{pmatrix} = R_1 R_2 \begin{pmatrix} - \int_0^{2\pi} p r^2 \sin \eta \partial r \partial \eta \\ \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} p r^2 \cos \eta \partial r \partial \eta \\ - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} f p r^2 \partial r \partial \eta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где r_1, r_2 – начальный и конечный радиусы зоны размола гарнитуры.

Давление при размоле может быть и неравномерным, например при перекосе статора (рис. 2, *a*), и равномерным (рис. 2, *б*). При этом результирующая сила имеет эксцентриситет.

При этом давление в зоне размола можно представить как

$$p = (\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta)S) + \left(\sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta)S) \cos \omega_{ri} t \right), \quad (12)$$

где $\delta_1(r, \eta), \delta_2(r, \eta), \delta_{3i}(r, \eta), \delta_{4i}(r, \eta)$ – функции распределения давления в зоне размола;

S – зазор между ротором и статором,

$$S = S_{\text{ном}} + r(\cos \varphi \sin \theta \cos \eta - \sin \varphi \sin \eta); \quad (13)$$

t – время.

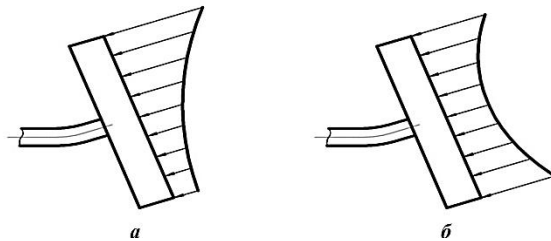


Рис. 2. Распределение давления в зоне размола:
a – неравномерное; *б* – равномерное

Подставляя уравнения (12) и (13) в (10) и пренебрегая малыми углами, получаем

$$F_y^n = - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_1(r, \eta) \partial r \partial \eta + \left[\int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_2(r, \eta) \partial r \partial \eta \right] S_{\text{НОМ}} - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \sum_{i=1}^n r [\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{НОМ}}] \cos(\omega_{\Gamma i} t) \partial r \partial \eta. \quad (14)$$

Уравнения (4) и (14) описывают одну и ту же силу F_y^n , откуда имеем

$$a = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_1(r, \eta) \partial r \partial \eta; \quad (15)$$

$$b = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_2(r, \eta) \partial r \partial \eta; \quad (16)$$

$$c_i = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_{3i}(r, \eta) \partial r \partial \eta; \quad (17)$$

$$d_i = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r \delta_{4i}(r, \eta) \partial r \partial \eta. \quad (18)$$

Подставляя уравнения (12) и (13) в (10) и (11) и пренебрегая малыми углами, получаем

$$-F_x^n = V_1 \varphi + V_2 \theta - l_x; \quad (19)$$

$$-F_z^n = V_3 \varphi + V_4 \theta - l_z; \quad (20)$$

$$-M_{px} = V_5 \varphi + V_6 \theta - l_\varphi; \quad (21)$$

$$-M_{pz} = V_7 \varphi + V_8 \theta - l_\theta, \quad (22)$$

где

$$V_1 = -f \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left(\delta_2(r, \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{4i}(r, \eta) \cos(\omega_{\Gamma i} t) \right) r^2 \sin^2 \eta \partial r \partial \eta; \quad (23)$$

$$V_2 = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) (S_{\text{НОМ}} - fr \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) (S_{\text{НОМ}} - fr \cos \eta \sin \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \partial r \partial \eta; \quad (24)$$

$$V_3 = - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) (S_{\text{НОМ}} + fr \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) (S_{\text{НОМ}} + fr \cos \eta \sin \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \partial r \partial \eta; \quad (25)$$

$$V_4 = -f \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_2(r, \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{4i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \cos^2 \eta \partial r \partial \eta; \quad (26)$$

$$V_5 = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_2(r, \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{4i}(r, \eta) \cos \omega_{ri} t \right] r^3 \sin^2 \eta \partial r \partial \eta; \quad (27)$$

$$V_6 = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} [f \delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta)(f S_{\text{HOM}} + r \cos \eta \sin \eta) + \\ + \sum_{i=1}^n f \delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta)(f S_{\text{HOM}} + r \cos \eta \sin \eta) \cos \omega_{ri} t] r^2 \partial r \partial \eta; \quad (28)$$

$$V_7 = - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} [f \delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta)(f S_{\text{HOM}} - r \cos \eta \sin \eta) + \\ + \sum_{i=1}^n f \delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta)(f S_{\text{HOM}} - r \cos \eta \sin \eta) \cos \omega_{ri} t] r^2 \partial r \partial \eta; \quad (29)$$

$$V_8 = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_2(r, \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{4i}(r, \eta) \cos \omega_{ri} t \right] r^3 \cos^2 \eta \partial r \partial \eta; \quad (30)$$

$$l_x = f \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{HOM}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{HOM}}) \cos \omega_{ri} t \right] r \sin \eta \partial r \partial \eta \right\}; \quad (31)$$

$$l_z = -f \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{HOM}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{HOM}}) \cos \omega_{ri} t \right] r \cos \eta \partial r \partial \eta \right\}; \quad (32)$$

$$l_\varphi = - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{HOM}} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{HOM}}) \cos \omega_{ri} t \right] r^2 \sin \eta \partial r \partial \eta; \quad (33)$$

$$l_\theta = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{HOM}} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{HOM}}) \cos \omega_{ri} t \right] r^2 \cos \eta \partial r \partial \eta. \quad (34)$$

Матрица жесткости модели волокнистой прослойки:

$$C_p(t) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & V_1 & V_2 \\ 0 & 0 & V_3 & V_4 \\ 0 & 0 & V_5 & V_6 \\ 0 & 0 & V_7 & V_8 \end{vmatrix}.$$

Момент сопротивления вращению роторного диска:

$$M_{py} = -f \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) + \delta_2(r, \eta) S_{\text{НОМ}} - \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) - \delta_{4i}(r, \eta) S_{\text{НОМ}}) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \partial r \partial \eta.$$

Мощность привода мельницы:

$$P = \frac{M_{py} \omega}{\eta_{\text{п}}},$$

где $\eta_{\text{п}}$ – коэффициент полезного действия привода.

Давление при равномерном распределении в зоне размола (см. рис. 2, б):

$$p = (\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S) + \sum_{i=1}^n (\delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t).$$

Коэффициенты уравнений (23) – (30) могут быть упрощены:

$$V_1 = -f \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \delta_2(r, \eta) r^2 \sin^2 \eta \partial r \partial \eta;$$

$$V_2 = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) (S_{\text{НОМ}} - fr \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \alpha) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \partial r \partial \eta;$$

$$V_3 = - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \alpha) (S_{\text{НОМ}} - fr \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \partial r \partial \eta;$$

$$\begin{aligned}
 V_4 &= -f \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \delta_2(r, \eta) r^2 \cos^2 \eta \partial r \partial \eta; \\
 V_5 &= \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \delta_2(r, \eta) r^3 \sin^2 \eta \partial r \partial \eta; \\
 V_6 &= \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[f \delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) (f S_{\text{НОМ}} + \right. \\
 &\quad \left. + r \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n f \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \partial r \partial \eta; \\
 V_7 &= - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[f \delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) (f S_{\text{НОМ}} - \right. \\
 &\quad \left. - r \cos \eta \sin \eta) + \sum_{i=1}^n f \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \partial r \partial \eta; \\
 V_8 &= \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \delta_2(r, \eta) r^3 \cos^2 \eta \partial r \partial \eta.
 \end{aligned}$$

Так же упрощаются уравнения (31) – (34):

$$\begin{aligned}
 l_x &= f \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{НОМ}} + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \sin \eta \partial r \partial \eta \right\}; \\
 l_z &= -f \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{НОМ}} + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r \cos \eta \partial r \partial \eta \right\}; \\
 l_\varphi &= - \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{НОМ}} + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \sin \eta \partial r \partial \eta; \\
 l_\theta &= \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left[\delta_1(r, \eta) - \delta_2(r, \eta) S_{\text{НОМ}} + \sum_{i=1}^n \delta_{3i}(r, \eta) \cos \omega_{\Gamma i} t \right] r^2 \cos \eta \partial r \partial \eta.
 \end{aligned}$$

Предлагаемая методика рекомендуется для расчета осевых сил и мощности привода дисковой мельницы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вихарев С.Н. Экспериментальные исследования процесса размола при помощи вибрации на гарнитуре статора // Машины и аппараты ЦБП: межвуз. сб. научн. тр. Л.: ЛТА, 1990. С. 29–33.

2. Легоцкий С.С., Гончаров В.И. Размалывающее оборудование и подготовка бумажной массы. М.: Лесн. пром-сть, 1990. 224 с.

3. Genta G., Delprete and Busa C. Some considerations on the basic assumptions in rotordynamics // Journal of Sound and Vibration. 1999. 227. P. 611–645.

Поступила 22.03.10

S.N. Vikharev

The Ural State Forest Engineering University

Axial for Ces Generated in the Disk Mill at Grinding

The paper aimed to research the axial forces generated in cutting mills at grinding. The author's aim was to develop a technique to define these forces. As a rule, axial forces have non-uniform distribution in the grinding zone because of a non-uniform clearance between the rotor and stator and viscoelastic properties of the fibrous layer. Earlier these forces could be defined in the grinding zone only at uniform pressure distribution and without taking into account variable components of force. The paper presents a method of calculating axial forces and driving power of mills in view of the above mentioned factors. This method is recommended for cutting mills.

Keywords: axial forces, mill, pressure distribution.
