

ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 539.383

С.И. Морозов

Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РИА, заслуженный деятель науки и техники РФ. Имеет более 160 печатных работ в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ

Изложены методики проведения экспериментов и обработки их результатов для определения параметров силовой функции, возникающей при соударении упругих и деформируемых тел.

удар, силовая функция, коэффициенты пластичности и нелинейности.

Явление удара тел широко встречается в технике, в том числе на лесозаготовках и лесотранспорте: при валке деревьев, погрузке и разгрузке бревен, столкновении вагонов и автомобилей, ударе плотов о наплавные сооружения и т. д. Поэтому необходимо знать методы и способы решения таких задач.

Удар относится к специфическому случаю взаимодействия тел. Он длится в течение долей секунды, но при этом возникают очень большие силы. В настоящее время существуют три основных способа решения задач удара, которые основаны на применении классической, деформационной и волновой теорий [6].

Классическая теория использует основные теоремы механики и введенное И. Ньютоном понятие коэффициента восстановления. Она позволяет определить скорости тел после удара и импульсы ударных сил.

Деформационная теория удара основана на расчетных зависимостях Г. Герца при контактном взаимодействии упругих тел. С ее помощью можно найти максимальное значение ударной силы, время удара, максимальную деформацию тел в зоне контакта и ряд других величин.

Волновая теория рассматривает распространение по объему соударяющихся тел волн сжатия и растяжения, возникающих при ударе. Она получила применение при расчете призматических тел.

Эти теории имеют свои достоинства и недостатки, поэтому все они находят применение на практике для решения различных задач удара.

В настоящей работе рассмотрен способ экспериментального определения силовой функции, являющийся основной расчетной величиной в деформационной теории удара.

Силовой функцией называют выражение

$$F = F(\alpha), \quad (1)$$

которая определяет силу F в зависимости от деформации α двух тел в зоне их контакта.

Случай контактного взаимодействия упругих тел, имеющих форму поверхности вращения, был впервые рассмотрен теоретически немецким ученым Г. Герцем в 1881 г. [7]. Он нашел, что для этого случая силовая функция имеет вид

$$F = K\alpha^{1.5}. \quad (2)$$

Здесь величину K назовем коэффициентом Герца. Для сферических тел его значение можно определить по формуле

$$K = \frac{4}{3} \left[\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right]^{-1} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad (3)$$

где E, μ – модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов взаимодействующих тел;

R_1, R_2 – радиусы закругления поверхности тел в точке соприкосновения при взаимодействии.

Очевидно, что выражение (3) можно представить в виде

$$K = K_0 \rho, \quad (3')$$

где K_0 – множитель, зависящий только от механических свойств материала тел,

$$K_0 = \frac{4}{3} \left[\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right]^{-1};$$

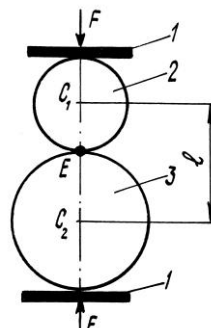
ρ – приведенный радиус поверхности тел в точке их соприкосновения,

$$\rho = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}.$$

Формулу (2) и другие зависимости Герца проанализировал А.Н. Динник [1, 2]. Он установил, что значения F , рассчитанные по формуле (2) для упругих тел (сталь, чугун), незначительно отличаются от экспериментальных данных, а для пластичных (медь, свинец) – имеют существенное расхождение.

Известно, что в природе не существует абсолютно упругих тел (как и абсолютно твердых). При воздействии сил имеют место упругие и пла-

Рис. 1. Схема проведения опытов:
1 – плоскость пресса; 2, 3 – взаимодействующие тела



стичные деформации тел. Если пластичные деформации намного меньше упругих, то в расчетах ими пренебрегают; Если они существенны, то при изучении контактного взаимодействия тел следует учитывать оба вида деформации.

В общем случае, когда тела одновременно испытывают упругие и пластичные деформации, рядом исследователей [4] было предложено выражать силовую функцию по формуле

$$F = B \alpha^n, \quad (4)$$

где B – коэффициент пластичности;

n – показатель нелинейности.

Значения B и n находят экспериментально. Впервые опыты по контактному взаимодействию шаров были выполнены Г. Герцем. Затем они были повторены А.Н. Динником. Обширные опытные материалы приведены в работе [4], а их анализ и обобщение – в работе [5].

Наиболее простая методика экспериментов основана на сжатии двух сферических тел, которые устанавливают под прессом вертикально одно на другое с контактом в точке E и нагружают силой F (рис. 1). Она приводит к деформации шаров, которую можно разделить на общую и местную. Общая во много раз меньше местной, поэтому ею можно пренебречь.

Для каждой ступени нагружения измеряют расстояние l между центрами сфер (точки C_1 и C_2). Разность между начальными l и последующими их значениями в процессе нагружения равна контактной деформации шаров α в точке E . Имея пары значений F и α , аппроксимируют их уравнением (4), например по методу наименьших квадратов, и вычисляют значения B и n . Для определения закона разгрузки тел после снятия силы F на каждой ступени нагружения находят также остаточную деформацию α_1 .

В качестве примера определения B и n воспользуемся экспериментальными данными А.Н. Динника, приведенными в работе [2]. Хотя им почти 100 лет, они не потеряли своей актуальности и могут быть использованы для анализа различных случаев контактного взаимодействия двух тел.

Результаты экспериментов А.Н. Динника для сжатия шаров из закаленной стали представлены в табл. 1. Здесь рассмотрены четыре случая.

Таблица 1

F , Н	$\alpha \cdot 10^5$, м	$\alpha_1 \cdot 10^5$, м	F' , Н	F'' , Н	F , Н	$\alpha \cdot 10^5$, м	$\alpha_1 \cdot 10^5$, м	F' , Н	F'' , Н
$2R = 0,0127$ м; $\rho = 0,05635$ м					$2R = 0,1126$ м; $\rho = 0,07969$ м				
1000	4,83	0,18	1033,2	985,4	1000	3,74	0,05	1009,5	999,2
2000	7,81	0,51	1989,0	2062,3	2000	5,94	0,12	1984,0	2000,7
3000	10,33	1,34	2945,2	2900,2	3000	7,89	0,29	2986,8	3020,4
4000	12,83	1,72	3992,3	4102,0	4000	9,56	0,39	3975,5	4026,5
5000	14,98	2,48	4969,0	5027,7	5000	11,12	0,54	4951,5	5012,1
6000	17,33	3,09	6088,3	6158,9	6000	12,67	0,70	5998,6	6054,8
7000	19,14	3,88	6999,2	6897,7	7000	14,11	0,99	7019,8	6967,8
8000	21,14	4,68	8046,6	7807,9	8000	15,50	1,28	8052,4	7881,8
$2R = 0,0190$ м; $\rho = 0,06892$ м					$2R = 0,0286$ м; $\rho = 0,08456$ м				
1000	4,11	0,10	1001,8	1254,6	1000	3,60	0	1001,4	989,7
2000	6,68	0,22	2002,4	7445,4	2000	5,80	0,06	2018,9	2027,1
3000	8,86	0,50	2995,4	3336,9	3000	7,51	0,15	2951,8	2972,1
4000	10,82	0,85	3982,9	4217,3	4000	9,24	0,22	4003,6	4063,3
5000	12,60	0,73	4949,0	5319,5	5000	10,74	0,38	4994,6	5027,8
6000	14,39	1,61	5981,0	5869,1	6000	12,20	0,55	6024,0	6022,1
7000	16,16	1,65	7056,9	6949,7	7000	13,45	0,73	6956,7	6893,2
8000	17,72	2,69	8047,7	7283,1	8000	14,88	0,90	8066,4	7970,6

В пределах одного опыта шары имеют одинаковые радиусы: $R_1 = R_2 = R$, но в разных опытах они различны. Приведенным значениям силы F соответствуют полная α и остаточная α_1 деформации. Каждый массив данных $F(\alpha)$ был аппроксимирован по методу наименьших квадратов [3], что позволило найти значения B и n (табл. 2).

Для оценки точности аппроксимации по формуле (4) были вычислены силы F' , которые также представлены в табл. 1. Вычисленные F' и исходные F практически совпадают, что свидетельствует о высокой точности аппроксимации.

Данные табл. 2 показывают, что коэффициенты пластичности B и нелинейность n зависят от приведенного радиуса закругления ρ .

По аналогии с формулой (3') представим

$$B = B_0 \rho. \quad (5)$$

Таблица 2

ρ , м	$B \cdot 10^{-9}$, Па	n	$B_0 \cdot 10^{-10}$, Па	$A \cdot 10^{-9}$, Па	m
0,05635	1,05792	1,40359	2,05487	12,45310	1,63919
0,06892	1,79807	1,42585	2,60892	6,35283	1,54972
0,07969	2,95153	1,46053	3,70378	7,10836	1,54745
0,08456	3,41663	1,47017	4,04048	6,75575	1,53796

Значения B_0 приведены в табл. 2. Они зависят от ρ , т. е. B и ρ связаны между собой более сложной зависимостью, чем K и ρ .

Показатели степени n при ударе пластичных тел являются функцией от ρ (в отличие от упругого удара, для которого $n = 1,5 = \text{const}$).

Таким образом, значения B и n по-другому зависят от ρ , чем при упругом ударе. Из экспериментальных данных в работе [2] нельзя получить убедительного объяснения этого факта. Очевидно, требуется более глубокий анализ, основанный на использовании теории деформирования пластичных тел. Он требует отдельного рассмотрения и в нашей статье не приводится.

Данные табл. 1 позволяют также проанализировать взаимодействие тел во второй фазе удара, т. е. фазе разгрузки. Обычно в этом случае для описания деформирования тел используют формулу Герстнера [6]

$$F = K (\alpha - \alpha_1)^{1,5}. \quad (6)$$

Однако попытка применить ее при анализе рассматриваемого экспериментального материала не привела к положительному результату.

Нами сделано предположение, что силовая функция в фазе разгрузки выражается более сложно и имеет вид

$$F = A(\alpha - \alpha_1)^m. \quad (7)$$

Коэффициенты A и m уравнения (7) находят аппроксимацией экспериментальных данных табл. 1 по методу наименьших квадратов. Результаты такой аппроксимации (т. е. значения A и m) приведены в табл. 2.

По результатам аппроксимации вычислены значения силы F'' на стадии разгрузки (табл. 1). Можно отметить, что фактические F и расчетные F'' значения хорошо совпадают.

Результаты обработки опытов позволяют построить графики зависимости $F(\alpha)$: для фазы загрузки – по формуле (4), для фазы разгрузки – по формуле (7). Они приведены на рис. 2. Хотя закаленная сталь является малопластичным материалом, кривые 1 и 2 заметно расходятся, т. е. пластичные деформации имеют место и в данном случае.

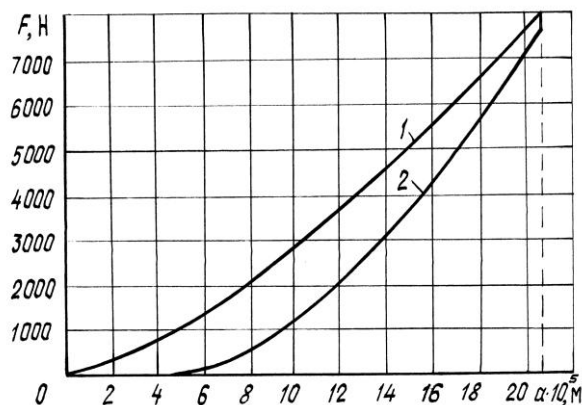


Рис. 2. Зависимость $F(\alpha)$ для случая $\rho = 0,05635$ м и $\alpha_1 = 4,68 \cdot 10^{-5}$ м: 1 – фаза загрузки; 2 – фаза разгрузки

Экспериментальные зависимости (4) и (7) могут быть использованы также для анализа различных случаев соударения тел. С помощью формулы

$$\alpha_m = \left[\frac{(1+n)Mv_n^2}{2B} \right]^{\frac{1}{1+n}},$$

приведенной в работе [5], можно выразить относительную скорость соударения шаров v_n :

$$v_n = \sqrt{\frac{2B\alpha^{1+n}}{(1+n)M}}, \quad (8)$$

где M – приведенная масса шаров.

Таким образом, каждому значению F при сжатии шаров будет соответствовать определенная скорость их соударения. Например, используя данные табл. 1 и 2 для случая $\rho = 0,05635$, по формуле (8) получаем ряд значений v_n (табл. 3). Эти расчеты выполнены при $B = 1,05792 \cdot 10^9$ Па, $n = 1,40359$, $M = 0,0083657$ кг. Значения α даны в табл. 1. Аналогичные вычисления можно выполнять и для всех других случаев сжатия тел.

Таблица 3

F , кН	v_n , м/с	ε	F , кН	v_n , м/с	ε
1	2,11	0,670	5	8,22	0,646
2	3,76	0,659	6	9,79	0,643
3	5,25	0,653	7	11,03	0,640
4	6,22	0,650	8	12,43	0,638

Отметим также, что связь между сжатием шаров и их соударением можно продолжить. Помимо показателей пластичности материалов взаимодействующих тел, в классической теории удара используют понятие коэффициента восстановления ε .

Связь между ε , B , n и другими величинами, характеризующими процесс взаимодействия тел, выражается по формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{v_n} \sqrt{\frac{4}{5M} B^{\frac{5}{6(1+n)}} \left[\frac{(1+n)Mv_n^2}{2} \right]^{\frac{5n}{6(1+n)}}}. \quad (9)$$

Вычисленные по ней значения ε приведены также в табл. 3. Они вполне соответствуют данным ряда других работ.

Однако следует учесть, что эксперименты по сжатию тел проводятся в статике, а удар является динамическим процессом, что может существенно повлиять на механические свойства материалов тел. Поэтому необходимо проанализировать влияние скорости приложения силы F на параметры удара.

Таким образом, рассмотренная методика обработки материалов экспериментов, приведенных в работе [2], позволяет сравнительно просто най-

ти значения расчетных величин A , B , m и n при контактном взаимодействии двух тел. Следовательно, такие эксперименты возможно проводить и в настоящее время, используя более современную измерительную аппаратуру.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Динник А.Н. Формула Гертца и ее экспериментальная проверка // ЖФХО. – 1906. – № 4.
2. Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел: Избр. тр. Т. 1. – Киев.: Изд-во АН УССР, 1952. – 152 с.
3. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. – М.: Наука, 1985. – 224 с.
4. Инженерные методы исследования удара тел / Г.С. Батуев, Ю.В. Голубков, В.К. Ефремов, А.А. Федосев. – М.: Машиностроение, 1969. – 240 с.
5. Морозов С.И., Попов М.В. Контактная теория удара. Конспект лекций по элементарной теории. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 1999. – 42 с.
6. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. – М.: Наука, 1977. – 224 с.
7. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper // Crell'es Journ. – 1881. – Bd 92.

Архангельский государственный
технический университет

Поступила 11.05.2000 г.

S.I. Morozov

Experimental Characterization of Forcing Power

The techniques are provided for conducting the experiments and processing their results for characterization of forcing power concerning the collision of elastic and deformable bodies.
