

ской модели составить алгоритм и программу и найти экстремальное значение целевой функции с учетом заданных ограничений.

Поступила 24 ноября 1989 г.

УДК 625.143.482

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РЕЛЬСОВУЮ ПЛЕТЬ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ЕЕ В КРИВЫХ

С. И. МОРОЗОВ

Архангельский лесотехнический институт

Сварной рельсовый путь имеет ряд существенных преимуществ по сравнению со звеньевым. К ним относятся повышение стабильности верхнего строения пути и скорости движения поездов, снижение расстройств пути и затрат на его содержание.

При сварке 8-метровых рельсов в длинную плетть в стационарных условиях (например на нижнем складе) ее надо доставить на место укладки. Для этого необходим специальный подвижной состав, оборудованный устройствами для фиксации плетей на платформах (сцепках). При движении такого состава в кривых и связанном с ним изгибе плетей возникают поперечные силы, действующие на платформы и рельсы. Они могут привести к опрокидыванию платформ или сходу колес с рельсов. Оценка урвня таких сил (в зависимости от радиуса кривой, длины плетей, жесткости рельсов на изгиб и других факторов) — важное условие безопасной транспортировки длинных рельсовых плетей в кривых.

При обосновании условий безопасной транспортировки сварных плетей в кривых надо решить две задачи:

определить значения поперечных сил, возникающих при изгибе плетей и воспринимаемых подвижным составом;

исследовать поперечную устойчивость платформ против опрокидывания или схода их с рельсов.

В данной статье рассмотрена первая задача. Методику ее решения изложим на примере плети, имеющей три точки закрепления (рис. 1,а), а затем распространим на общий случай.

Рельсовая плетть длиной $l = 2s_0$ представляет собой балку постоянного сечения, жесткость которой на изгиб в горизонтальной плоскости EI . При изгибе плети те ее сечения, которые закреплены на платформах, лежат на круговой кривой радиуса ρ , остальные могут смещаться от оси кривой внутрь или наружу колеи. В точках закрепления на плетть при ее изгибе действуют силы R , направленные по радиусу кривой.

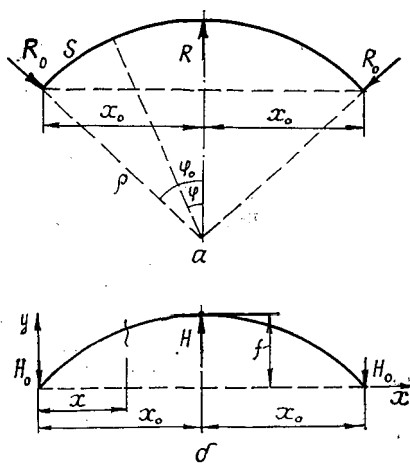


Рис. 1. Расчетные схемы для плети с тремя точками закрепления: а — точная; б — приближенная

Для составления дифференциального уравнения плети используем зависимости*

$$\frac{dM}{ds} = Q; \quad (1)$$

$$\frac{dN}{ds} = -\frac{1}{\rho} Q; \quad (2)$$

$$\frac{dQ}{ds} = -q + \frac{1}{\rho} N; \quad (3)$$

$$M = EI/\rho,$$

где M , Q , N — изгибающий момент, поперечная и осевая силы;
 q — интенсивность распределения нагрузки;
 s — дуговая координата.

Полагая, что узлы крепления плети к платформам допускают ее продольное смещение, т. е. $N = 0$, и выражая $1/\rho = \frac{d\varphi}{ds} = \varphi'$, для схемы на рис. 1, а получим:

$$EI\varphi'' = -Q = -R_0 \cos(\varphi_0 - \varphi), \quad (4)$$

где φ — угол наклона касательной к оси плети (φ_0 — начальный угол на левой опоре).

Первый интеграл уравнения (4)

$$EI \frac{\varphi'^2}{2} = R_0 \sin(\varphi_0 - \varphi) + C_1$$

Из условия закрепления концов плети (при $\varphi = \varphi_0$ имеем $\varphi' = 0$) находим $C_1 = 0$, следовательно:

$$EI \frac{\varphi'^2}{2} = R_0 \sin(\varphi_0 - \varphi). \quad (5)$$

Разделим переменные

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} ds \quad (6)$$

и проинтегрируем это уравнение двумя способами.

Непосредственное интегрирование (6) при $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ и $0 \leq s \leq s_0$ дает

$$\int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} s_0,$$

отсюда

$$R_0 = \frac{J_1^2 EI}{2s_0^2}, \quad (7)$$

где

$$J_1 = \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}}.$$

Хотя уравнение (7) формально выражает силу R_0 , однако оно не позволяет найти ее, так как содержит еще одну неизвестную вели-

* Коллатц Л. Задачи на собственные значения. — М.: Наука. 1968. — 504 с.

чину, а именно угол φ_0 . Он не равен углу α_0 наклона касательной к оси круговой кривой, так как изогнутая ось плети не совпадает полностью с осью круговой кривой.

Для составления второго уравнения проинтегрируем выражение (6) другим способом.

Представим

$$ds = ds \frac{dy}{dy} = \frac{dy}{\sin \varphi},$$

тогда уравнение (6) примет вид:

$$\frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} dy.$$

Отсюда для $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ и $0 \leq y \leq f$ получим

$$\int_0^{\varphi_0} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} f,$$

или

$$R_0 = \frac{J_2^2 EI}{2f^2}, \tag{8}$$

где $J_2 = \int_0^{\varphi_0} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}};$

f — стрела прогиба круговой кривой,

$$f = \rho(1 - \cos \alpha_0);$$

$$\alpha_0 = s_0/\rho$$

Уравнения (7) и (8) образуют систему, решая которую можно определить R_0 и φ_0 . Их значения для некоторых частных случаев приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип рельса	Радиус кривой, м	Значения φ_0 , рад. и R_0 , Н, при длине плети L , см					
		2 400		4 800		9 600	
		φ_0	R_0	φ_0	R_0	φ_0	R_0
Р24	100	0,0886	198,14	0,1800	100,60	0,3610	49,90
	200	0,0422	94,78	0,0886	49,53	0,1800	25,15
	400	0,0189	42,71	0,0422	23,70	0,0886	12,38
Р33	100	0,0886	517,64	0,1810	262,81	0,3610	130,38
	200	0,0422	247,61	0,0886	129,40	0,1810	65,70
	400	0,0189	121,58	0,0422	61,92	0,0886	32,34

Данные табл. 1 показывают:

а) сила R_0 изменяется прямо пропорционально отношению моментов инерций сечений плети в горизонтальной плоскости

$$R_{033} = R_{024} \frac{I_{33}}{I_{24}} = 2,6125 R_{024};$$

б) угол φ_0 зависит только от длины плети и радиуса кривой, но не зависит от момента инерции поперечного сечения рельса, т. е. одинаков, при прочих равных условиях, для рельсов всех типов;

в) сила R_0 изменяется обратно пропорционально радиусу кривой и длине плети;

г) для рельсов Р24 и Р33, применяемых на лесовозных УЖД, сила R_0 невелика и не угрожает безопасности движения поездов.

Смещение изогнутой оси плети в незакрепленных точках от оси круговой кривой Δy можно найти как разность ординат круговой кривой

$$y_p = \sqrt{\rho^2 - (x_0 - x)^2} - \sqrt{\rho^2 - x_0^2} \quad (9a)$$

и изогнутой оси

$$y = \frac{s_0}{J_1} \int_{\varphi}^{\varphi_0} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}}, \quad (9b)$$

т. е. $\Delta y = y_p - y$.

Здесь x_0 — половина длины хорды,

$$x_0 = \sqrt{\rho^2 - (\rho - f)^2};$$

x — текущая абсцисса сечения,

$$x = \frac{s_0}{J_1} \int_{\varphi}^{\varphi_0} \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}}.$$

Максимальные значения Δy , вычисленные для приведенных исходных данных, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Длина плети, м	24			48			96		
Радиус кривой, м	100	200	400	100	200	400	100	200	400
Значения Δy , см	4,76	1,68	0,29	18,78	9,53	2,58	83,44	42,43	19,05

Следовательно, для плетей большой длины и небольших радиусов закругления перемещение незакрепленных сечений достаточно велико. Это создает большие неудобства при транспортировке плетей и для ряда значений l и ρ недопустимо.

При l больше 48 м число точек закрепления плети на платформах должно быть больше трех. Это обеспечит плавный изгиб плети в кривых. Для существенного уменьшения поперечных смещений сечений необходимо закрепление плети на всех платформах.

С увеличением числа точек закрепления плети решение задачи существенно усложняется. Так, для пяти точек (рис. 2) расчетная система уравнений, полученная по приведенной выше методике, имеет вид:

на участке $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_0$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} s_1;$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_0} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{\sin(\varphi_0 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2R_0}{EI}} f_1,$$

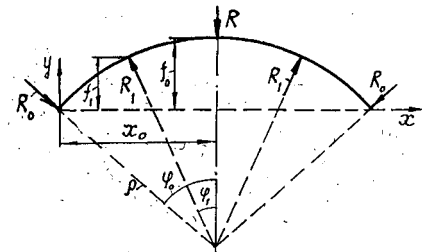


Рис. 2. Расчетная схема для плети с пятью точками закрепления

на участке $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$

$$\int_0^{\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{R_0 \sin(\varphi_0 - \varphi) - R_1 \sin(\varphi_1 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2}{EI}} (s_0 - s_1);$$

$$\int_0^{\varphi_1} \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{R_0 \sin(\varphi_0 - \varphi) - R_1 \sin(\varphi_1 - \varphi)}} = \sqrt{\frac{2}{EI}} (f_0 - f_1).$$

Эта система уравнений содержит четыре неизвестных: R_1 , R_0 , φ_1 , φ_0 и может быть решена методом итераций.

Еще больше усложняется решение при семи, девяти и более точках закрепления. Рассмотрим поэтому приближенную методику, основанную на применении линейного дифференциального уравнения

$$EIy'' = M. \tag{10}$$

Согласно схеме, приведенной на рис. 1, б, имеем для трех точек закрепления:

$$EIy'' = -H_0x. \tag{11}$$

Решая уравнение (11) при $y(0) = 0$, $\varphi'(x_0) = 0$, получим:

$$y = \frac{H_0}{6EI} x_0^3 (3u - u^3), \tag{12}$$

где $u = x/x_0$.

Для определения силы H_0 (эквивалентной R_0) используем условие $y(x_0) = f$.

Выражая y_p приближенной зависимостью

$$y_p = \frac{x_0}{\rho} x - \frac{x^2}{2\rho},$$

получим:

$$f = \frac{x_0^2}{2\rho}. \tag{13}$$

Решая совместно (12) и (13), находим:

$$H_0 = 1,5EI/x_0\rho. \tag{14}$$

Максимальное перемещение незакрепленного сечения в данном случае определяем по формуле

$$\Delta y_{max} = x_0^2/27\rho. \tag{15}$$

Значения H_0 и Δy_{max} , вычисленные для рассмотренного выше примера, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Тип рельса	Радиус кривой, м	Значения H_0 , Н, и Δy_{max} , см, при длине плети l , см					
		2 400		4 800		9 600	
		H_0	Δy_{max}	H_0	Δy_{max}	H_0	Δy_{max}
Р24	100	200	5,33	100	21,33	50	85,3
	200	100	2,66	50	10,66	25	42,6
	400	50	1,33	25	5,33	12,5	21,3
Р33	100	522,5	5,33	261,2	21,33	130,6	85,3
	200	261,25	2,66	130,6	10,66	65,3	42,6
	400	130,6	1,33	65,3	5,33	32,6	21,3

Сравнивая данные табл. 1, 2 и 3, можно сделать вывод, что результаты расчета как сил, так и перемещений с применением дифферен-

циальных уравнений (1) и (10) близки друг к другу. Таким образом, при большом числе точек закрепления плети предпочтительно использовать для определения поперечных сил дифференциальное уравнение (10), так как в этом случае решение менее трудоемко и имеет достаточно хорошую точность.

Поступила 10 ноября 1989 г.

УДК 539.38 : 629.114.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЖЕСТКОСТИ ПАКЕТА ХЛЫСТОВ ПРИ ИЗГИБЕ И КРУЧЕНИИ

Н. И. БИБЛЮК, А. А. БОЙКО

Львовский лесотехнический институт

Статические и динамические исследования связанной системы: пакет хлыстов — транспортное средство требуют предварительного определения момента инерции поперечного сечения пакета хлыстов. Момент инерции реального пакета существенно отличается от момента инерции, определенного как для составной балки сплошного сечения с жесткими связями ее частей, так и для балки при отсутствии связей и трения между ее элементами. Учитывая это, Б. Г. Гастев ввел понятие коэффициента жесткости, позволяющего выразить действительный момент инерции поперечного сечения пакета хлыстов через момент инерции габаритного сечения пакета с жесткими связями между хлыстами [2]. Исследования З. С. Цофина [6] подтвердили выводы Б. Г. Гастева о существовании связи между числом вертикальных рядов и коэффициентом жесткости и показали, что последний мало зависит от таксационных, климатических и технологических факторов. З. С. Цофин предложил зависимость, позволяющую определять действительный момент инерции пакета хлыстов через сумму моментов инерции сечений отдельных хлыстов и коэффициент пропорциональности, равный 1,29...1,36.

Б. Г. Гастев установил коэффициент жесткости как отношение максимального прогиба монолитного пакета хлыстов, вычисленного аналитически, и прогиба пакета таких же габаритных размеров, полученного экспериментально. Прогиб измеряли посередине пролета для пакета постоянного сечения из хлыстов, уложенных комлями в разные стороны. В дальнейшем З. С. Цофин [6], Г. Ф. Храмцов [5] определили коэффициент жесткости пакета хлыстов, уложенных комлями в одну сторону.

Во всех известных нам исследованиях коэффициент жесткости при изгибе рассматривался неизменным по длине пакета, что правильно только для пакетов древесины постоянного сечения и имеющих незначительную длину консолей. Исследования коэффициента жесткости пакета хлыстов при кручении не проводились.

В основу предлагаемого метода определения коэффициентов жесткости пакета положено представление о пакете хлыстов как о брусе переменного поперечного сечения, для которого уравнения упругих перемещений по длине можно представить в виде:

при изгибе

$$d^2z/dx^2 = M(x)/[E(x)I_{II}(x)\psi(x)]; \quad (1)$$

при кручении

$$d\beta/dx = M_{к}/[G(x)I_{PII}(x)\psi_{к}(x)], \quad (2)$$