



УДК 531.001

С.И. Морозов

Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РИА, заслуженный деятель науки и техники РФ. Имеет более 180 печатных работ в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.



ВЛИЯНИЕ ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ НА ИХ УПРУГОПЛАСТИЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Приведен анализ математических зависимостей при ударе (и сжатии) упругих и упругопластичных тел. Рассмотрено влияние твердости тел на показатели их пластичности и нелинейности.

Ключевые слова: удар, твердость, пластичность, нелинейность, эксперимент.

Контактный удар (или сжатие) двух упругих тел рассмотрен в работах В. Гольдсмита [1], А.Н. Динника [2], Г. Герца [6, 7]. Ими получены следующие выражения.

Для силовой функции имеем

$$F = K\alpha^n, \quad (1)$$

где F – сила удара (или сжатия тел);

K – показатель упругости тел (коэффициент Герца);

α – деформация тел в точке соударения;

n – показатель нелинейности (значения степени α). Для упругих тел по Герцу $n = 1,5$.

Для коэффициента Герца

$$K = \frac{4}{3} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad (2)$$

где μ_1, μ_2 – коэффициенты Пуассона;

E_1, E_2 – модули Юнга;

R_1, R_2 – радиусы сферических тел.

Обозначим

$$\sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \rho, \quad (3)$$

где величину ρ назовем приведенным радиусом закругления двух соударяющихся тел.

Для схемы на рис.1: $R_1 = R$; $R_2 = \infty$; $\rho = \sqrt{R}$.

При выводе уравнений (1) и (2) Г. Герц и А.Н. Динник предполагали, что поверхности соударяющихся тел выражаются уравнениями второй степени (шар, эллипс, парабола, гипербола).

Аналогичная задача была решена И.Я. Штаерманом [4, 5] для случая более плотного соприкосновения тел, когда поверхности соударяющихся тел выражаются уравнениями более высокой степени (рис. 2).

Коэффициенты плотности соприкосновения тел при ударе обозначим буквой m . Показатель нелинейности Штаерман предлагает определять по формуле

$$n = \frac{2m+1}{2m}. \quad (4)$$

Если $m = 1$, то $n = 3/2 = 1,5$ (т. е. имеем случай Герца). При более плотном касании по формуле (4) находим: если $m = 2$, то $n = 5/4 = 1,25$; если $m = 3$, то $n = 7/6 = 1,167$, т. е. с возрастанием m удар становится более плотным. Если $m \rightarrow \infty$, то имеем $n \rightarrow 1$, т. е. удар становится линейным:

$$F = C\alpha, \quad (5)$$

где величина C аналогична коэффициенту постели.

В работах Штаермана [4, 5] приведено также выражение для вычисления коэффициента K в зависимости от m :

$$K = \frac{4m}{2m+1} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \sqrt[2m]{\frac{2m-1}{2m}} \sqrt[2m]{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \quad (6)$$

Множитель, зависящий от m ,

$$K = \frac{4m}{2m+1} \sqrt[2m]{\frac{2m-1}{2m}},$$

обозначим буквой K_0 и назовем максимальным коэффициентом пластичности. Тогда выражение (6) примет вид

$$K = K_0 \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \sqrt[2m]{\rho}. \quad (6a)$$

Значения m , n и K_0 (помимо прочих факторов) зависят от твердости тел T . Это подтверждается данными, приведенными в таблице.

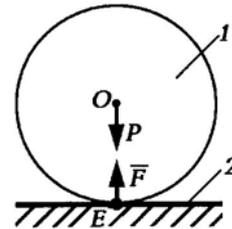


Рис. 1. Расчетная схема соударения тел по Герцу: 1, 2 – соударяющиеся тела; E – точка удара

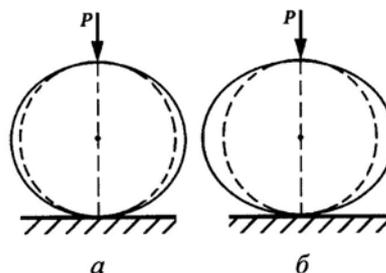


Рис. 2. Случаи взаимодействия тел по Штаерману: а – $m=2$; б – $m=3$

T , HRC	n	m	K_0	$B_0 \cdot 10^{-9}$	$B_{01} \cdot 10^{-9}$
65	1,50	1,00	0,9428	126	135
60	1,46	1,09	1,0621	38	26
50	1,38	1,32	1,2038	12	13
38	1,29	1,72	1,4022	9	9
28	1,22	2,27	1,5955	3,5	4
≈0	1,06	8,33	1,8800	3	3,5

Здесь B_0 , B_{01} – средние значения коэффициента пластичности соответственно на стадии нагрузки и разгрузки.

Значения T , B_0 , n , B_{01} получены экспериментально Д.Н. Шостенко [3], остальные величины определены по приведенным выше зависимостям.

Таким образом, материалы исследований показывают, что формулу Герца для $T = 65$ HRC можно применять при соударении упругих тел, в остальных случаях ($T < 65$ HRC) имеем случай упругопластичного удара, что требует при аналитическом решении задач удара (сжатия) двух тел использовать формулу Штаермана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдсмит, В. Удар [Текст] / В. Гольдсмит. – М.: Стройиздат, 1965. – 448 с.
2. Динник, А.Н. Удар и сжатие упругих тел [Текст]: избр. тр. Т. 1 / А.Н. Динник. – Киев.: Изд-во АН УССР, 1952. – С. 13–144.
3. Морозов, С.И. Определение параметров силовой функции при сжатии и соударении упругопластичных тел [Текст] / С.И. Морозов, Д.Н. Шостенко // Лесн. журн. – 2004. – № 3. – С. 50–55. – (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Штаерман, И.Я. Обобщение теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел [Текст] / И.Я. Штаерман // ДАН СССР. – 1940. – Т. 29, № 3.
5. Штаерман, И.Я. К вопросу о местных деформациях при сжатии упругих тел [Текст] / И.Я. Штаерман // ДАН СССР. – 1941. – Т. 31, № 8.
6. Hertz, Y. Über die Berührung fester elastischer Körper [Text] / Y. Hertz // Crell es Journ. – 1881. – Bd. 92.
7. Hertz, Y. Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Harte [Text] / Y. Hertz // Gesam Werke. – Leipzig, 1895. – Bd. 1.

Архангельский государственный
технический университет

Поступила 21.03.06

S.I. Morozov

Impact of Bodies Hardness on their Elasto-plastic Indices

Analysis of mathematical dependencies under the collision of elastic and elasto-plastic bodies is provided. The impact of bodies' hardness on their plasticity and nonlinearity indices is considered.