УДК 518.5

В.В. Поляков

Поляков Владимир Витальевич родился в 1951 г., окончил в 1973 году Петрозаводский государственный университет, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и кибернетики ПетрГУ. Имеет более 30 научных работ в области математического моделирования производственных систем и оперативного управления производством.

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗНО-БУМАЖНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Предложен новый подход к построению оптимизационных моделей производственных процессов, связанный с использованием интервальных переменных, что упрощает построение моделей и делает их формулировку доступной для производственного персонала.

Ключевые слова: математическое моделирование, оптимизационные модели и методы, управление производством, балансовые задачи.

Повышения эффективности целлюлозно-бумажного производства (ЦБП) не всегда достигают за счет экстенсивных факторов или модернизации технологических процессов. Не менее важную роль играет принятие оптимальных управленческих решений, что требует использования оптимизационных моделей и методов [2, 4]. Хотя известно большое число моделей, ориентированных на управление ЦБП [1, 4], однако на практике их используют крайне редко.

Использование типовых моделей для решения реальных задач требует их адаптации к условиям применения. Конкретные условия решения многих типичных задач отличаются друг от друга множеством значимых деталей. В каждом случае модели имеют уникальную специфику, без учета которой их решение теряет смысл. При отсутствии достаточного опыта математического моделирования (что характерно для производственного персонала) сложно сформулировать новую или подкорректировать известную модель [6].

Возможный выход из создавшейся ситуации – выбор класса моделей, интуитивно понятных человеку и применению которого нетрудно обучить. Здесь представляется приемлемым использование линейных оптимизационных моделей. Их точность, согласно многим исследованиям [1, 2, 4], достаточна для большинства задач производственного характера. Параметры производственных систем невозможно поддерживать равными оптимальным значениям – они будут флуктуировать из-за влияния не учтенных при моделировании факторов. В задачах выпуклого программирования отклонение любого управляемого параметра от оптимального значения с вероятностью не менее 0,5 приводит к нежелательной ситуации, так как оптимальное решение всегда находится на границе области допустимых значений.

Отмеченную проблему можно решить за счет перехода к моделям, «поглощающим» неточности как моделирования, так и реализации решений. Автором рассмотрены задачи оптимизации с интервальными переменными, предполагающие возможность произвольного колебания значений управляемых параметров в заданных интервалах [6]. Решение такой задачи представляет собой многомерный параллелепипед, полностью «погруженный» в область допустимых значений, любая точка которого является допустимой, а координаты центра определяют значение целевой функции.

Задача оптимизации с интервальными переменными включает два непересекающихся подмножества переменных: подмножество N обычных (точечных) переменных x и подмножество K интервальных переменных z. Величины z' являются срединными значениями интервалов. В общем виде модель задачи с интервальными значениями переменных имеет целевую функцию

$$F(x, z') \to \text{extr} \tag{1}$$

и два множества (M и M') ограничений:

типа «равенство»

$$g_i(x) = b_i; \qquad i \in M, \tag{2}$$

включающее только переменные x_j для $j \in N$;

типа «неравенство»

$$g_i(x, z) \le b_i; \qquad i \in M', \tag{3}$$

которые должны выполняться для всех значений $x_j (j \in N)$, определяемых ограничениями (2), и любого набора значений переменных $z_j (j \in K)$, если каждое значение z_j попадает в интервал

$$z_j \in [z'_j(1 - \delta_j); \qquad z'_j(1 + \delta_j)]; \qquad j \in K,$$

где δ_j – ширина интервалов, задаваемая как относительная величина.

Несомненным достоинством предлагаемого подхода является то, что в случае линейности соотношений вида (3) возникающая задача оптимизации не требует специальных методов решения, поскольку путем модификации легко приводится к задаче линейного программирования. Для этого каждое из ограничений (3) преобразуют следующим образом:

$$\sum_{j \in N} \alpha_{ji} x_j + \sum_{j \in K'_i} \alpha_{ji} z_j - \sum_{j \in K''_i} \alpha_{ji} z_j \le b_i; \ \forall i \in M'.$$

Здесь в каждом из ограничений подмножество интервальных переменных K разбивают на два: K_i' соответствуют неотрицательным коэффициентам α_{ji}, K_i'' – отрицательным коэффициентам α_{ji}. Теперь умножение коэффициентов при интервальных переменных, относящихся к множествам K_i' и K_i'', соответственно на величины $(1 + \delta_j)$ и $(1 - \delta_j)$, даст соотношение

$$\sum_{j \in N} \alpha_{ji} x_j + \sum_{j \in K'} (1 + \delta_j) \alpha_{ji} z'_j - \sum_{j \in K''} (1 - \delta_j) \alpha_{ji} z'_j \le b_i; \ \forall i \in M'. \tag{4}$$

позволяющее при точечном характере переменных z_j' множества K построить интервальное решение на основе решения задачи линейного программирования.

Под указанный класс задач подпадают многие производственные задачи, прежде всего задачи координации функционирования элементов технологических систем, где первоочередным является выбор сбалансированного плана работы всех элементов системы [2, 5, 6], а критерии оптимальности отступают на второй план. В случае интервального решения, даже при невозможности точного поддержания выбранных значений управляемых параметров, получаем план, «устойчивый» к неизбежным колебаниям этих значений. Помимо обеспечения устойчивости решения, интервальный подход во многих случаях позволяет оставаться в рамках простых задач.

Рассмотрим в качестве примера, где целесообразно использование интервального подхода, задачу поиска сбалансированного плана работы технологической системы, состоящей из множества агрегатов, которые связаны между собой материальными потоками произвольной конфигурации, проходящими через промежуточные хранилища. Целью решения такой задачи является поиск значений производительности каждого из агрегатов, обеспечивающих в течение горизонта планирования сбалансированность всех материальных потоков. Балансовые задачи весьма актуальны для оперативного управления непрерывными производствами ЦБП [1, 2, 4, 5].

Для описания балансовой модели, основанной на линейных соотношениях, введем следующие обозначения:

M – множество видов материальных продуктов, которыми агрегаты обмениваются друг с другом ($i \in$ M);

K – множество агрегатов ($j \in K$);

T – длительность горизонта планирования;

z_j – производительность агрегата j – неотрицательная переменная величина ($j \in K$) (в дальнейшем это интервальные переменные: z_j' – срединное значение интервала возможных значений z_j, δ_j – предельно допустимое относительное отклонение производительности агрегата j от z_j');

α_{ji}, β_{ji} – количество продукта i, вырабатываемого/потребляемого агрегатом j в расчете на единицу производительности (неотрицательные величины);

V_i^0 – запас продукта i в хранилище в начале горизонта планирования;

$V_i^{\min}$, $V_i^{\max}$ – минимально и максимально допустимые величины запаса продукта i в хранилище к концу горизонта планирования.

Простейшая статическая модель включает:

соотношения, связанные с ограничениями на конечный запас продукции в хранилищах:

$$V_i^{\min} \le V_i^0 \sum_{j \in K} \alpha_{ji} z_j T - \sum_{j \in K} \beta_{ji} z_j T \le V_i^{\max}; \qquad \forall i \in \mathrm{M}; \qquad (5)$$

целевую функцию (в общем случае), отображающую некоторый критерий оптимальности:

$$\sum_{j \in K} c_j z_j \to \max , \qquad (6)$$

где c_j – весовые коэффициенты, определяющие ценность единичной производительности агрегата.

Дополнительно, кроме ограничений (5), могут потребоваться ограничения на величины производительностей агрегатов.

Однако при построении балансовой математической модели технологической системы обычно приходится учитывать ряд дополнительных факторов. Предположение об интервальном характере переменных, соответствующих производительностям агрегатов, позволяет отказаться от учета многих деталей и остаться в рамках статической модели.

Необходимость изменения производительностей агрегатов во времени обычно учитывают путем построения многопериодных моделей, разбивая весь горизонт планирования на отдельные отрезки времени и формируя следующие балансовые соотношения для каждого отрезка:

$$V_i^{\min} \le V_i^t \le V_i^{\max}; \qquad \forall i \in M,\ t = 1,2, \ldots \theta; \qquad (7)$$

$$V_i^t = V_i^{t-1} + \sum_{j \in K} \alpha_{ji} z_j^t \tau^t - \sum_{j \in K} \beta_{ji} z_j^t \tau^t; \quad \forall i \in M,\ t = 1,2, \ldots\ \theta. \qquad (8)$$

Здесь V_i^t – запас продукции в i-м хранилище к концу t-го отрезка времени;

θ – количество отрезков, на которые разбивается горизонт планирования;

τ^t – длительность t-го отрезка.

Таким образом, в результате перехода к многопериодной модели размерность задачи возрастает по числу как переменных, так и ограничений как минимум в θ раз. Соответственно, в случае задачи линейного программирования в θ^3 раз увеличивается вычислительная трудоемкость решения. Кроме того, что еще более значимо, существенно увеличивается сложность построения математической модели.

Интервальный подход позволяет остаться в рамках статической задачи, если предположить, что экстремальные значения производительности не выходят за границы установленных интервалов значений переменных – во многих случаях этого достаточно. Границы интервалов для производительностей можно задать следующим образом:

$$(1 - \delta_j)^{-1} z_j^0 \le z_j \le (1 + \delta_j)^{-1} z_j^t.$$

Здесь z_j^0 – текущее значение производительности j-го агрегата;

z_j^t – желаемое к концу периода планирования значение производительности (при условии, что $z_j^0 \le z_j^t$, иначе границы z_j^0 и z_j^t меняются местами).

Заметим, что теперь вид траекторий изменения производительностей агрегатов не имеет значения – в пределах ширины установленного интервала переменные в течение горизонта планирования могут изменяться произвольным образом, что предоставляет широкие возможности для управления.

Многорежимность работы агрегатов, связанная с различиями в потреблении ресурсов и промежуточных продуктов производства, требует выбора одного или нескольких из множества возможных режимов работы агрегата, что ведет к появлению в моделях логических переменных и новых ограничений: на реализацию режимов работы, на суммарную производительность агрегата в разных режимах, на предельно допустимое количество режимов, реализуемых в течение горизонта планирования. Таким образом, одновременно увеличивается размерность задачи, она усложняется, превращаясь в следующую задачу смешанного целочисленного линейного программирования:

$$V_i^{\min} \le V_i^0 + \sum_{j\in K}\sum_{r\in R_j} \alpha_{ji}^r z_j^r T - \sum_{j\in K}\sum_{r\in R_j} \beta_{ji}^r z_j^r T \le V_i^{\max}; \qquad \forall i \in M;$$

$$z_j^r \le D_j y_j^r; \qquad \forall j \in K;\ r = R_j;$$

$$\sum_{r\in R_j} z_j^r \le D_j; \qquad \forall j \in K;\ r = R_j;$$

$$\sum_{r\in R_j} y_j^r \le q_j; \qquad \forall j\in K.$$

Здесь D_j – предельно допустимое значение производительности j-го агрегата;

y_j^r – логические переменные, принимающие значение 1, если реализуется r-й режим j-го агрегата, и 0 – в противном случае;

R_j – множество режимов работы j-го агрегата,;

z_j^r – производительность j-го агрегата в r-м режиме;

q_j – предельно допустимое количество режимов работы j-го агрегата.

Учтем, что различие в режимах работы связано с различной выработкой и потреблением ресурсов. Выработка i-го продукта j-м агрегатом зависит от выбранного режима работы r и значения производительности z_j^r: она не может быть менее $\min_{r\in R_j}(\alpha_{ji}^r)z_j^r T$ и более $\max_{r\in R_j}(\alpha_{ji}^r)z_j^r T$.

Но это условие адекватно предположению о том, что значение параметра α_{ji}^r фиксировано, а варьирует значение z_j^r, т. е. значение переменной z_j^r имеет интервальный характер. Аналогичные рассуждения справедливы и для случая потребления продуктов. Поэтому различия между режимами можно трактовать как следствие изменений производительности агрегата и, в случае интервальности переменных, оставаться в рамках модели (5)–(6) с той лишь разницей, что точечные переменные z_j в соотношении (5) становятся интервальными, а в целевой функции (6) они заменяются на срединные значения z_j'.

Таким образом, многообразие ситуаций можно учесть в рамках статической модели, причем использование интервального подхода позволяет найти решение, обеспечивающее сбалансированность технологической системы как при непланируемых отклонениях производительностей агрегатов от расчетных величин, так и при произвольном изменении режимов работы агрегатов. Следовательно, интервальность решения дает возможность отказаться от более точных, но, одновременно, и более громоздких моделей.

Программный комплекс, реализующий описанный подход к решению задач координации работы технологического оборудования, в течение нескольких лет эксплуатировался на Архангельском ЦБК и продемонстрировал свою жизнеспособность. Как показал опыт, обучить производственный персонал, имеющий техническое образование, формулированию математических моделей технологических систем вида (5)–(6) – посильная задача.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизированные системы оперативно-диспетчерского управления предприятиями целлюлозно-бумажной промышленности [Текст] / Под ред. И.Е. Вьюкова. – М.: Лесн. пром-сть, 1978. – 248 с.

2. *Воронин, А.В.* Математические модели и методы в планировании и управлении предприятием ЦБП [Текст] / А.В. Воронин, В.А. Кузнецов. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2000. – 256 с.

3. *Духовин, Ю.И.* Оптимальное планирование в лесной, целлюлозно-бумажной и деревообрабатывающей промышленности [Текст] / Ю.И. Духовин, Ю.Г. Павлов, В.А. Марков. – М.: Лесн. пром-сть, 1984. – 295 с.

4. *Ицкович, Э.Л.* Оперативное управление непрерывным производством: задачи, модели, методы [Текст] / Э.Л. Ицкович, Л.Р. Соркин. – М.: Наука, 1988. – 160 с.

5. *Питухин, Е.А.* Исследование математической модели верхнего уровня при производстве целлюлозы [Текст] / Е.А. Питухин // Лесн. журн. – 2003. – № 5. – С. 129–137. – (Изв. высш. учеб. заведений).

6. *Поляков, В.В.* О возможности использования задач оптимизации с интервальными решениями в оперативно-диспетчерском управлении [Текст] / В.В. Поляков, Е.А. Корольков, Р.В. Воронов // Новые информационные технологии в ЦБП и энергетике: материалы VI Междунар. научно-технич. конф., г. Петрозаводск, 20–24 сент. 2004 г. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2004. – С. 81–84.

Петрозаводский государственный
университет

Поступила 4.11.04

V.V. Polyakov

Optimization of Pulp-and-paper Production Management

New approach to building up the optimization models of manufacturing processes related to use of interval variables is offered; it eases the process of models construction and makes their formulation accessible for operational personnel.