

УДК 630*378.33

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫСОТЫ ПАКЕТА КРУГЛЫХ ЛЕСОМАТЕРИАЛОВ ПРИ ПЕРЕГРУЗКЕ В ГИБКИХ СТРОПКОНТЕЙНЕРАХ

А. Ф. ИЗАКОВ, Е. К. ЛЕЙНАРТАС

Сибирский технологический институт

Ряд работ [1, 3, 4] посвящен исследованию габаритов пакета круглых лесоматериалов в различных технологических процессах.

Нами использованы дифференциальные уравнения равновесия гибкой нити, нагруженной пучковой средой (см. рисунок) [3]:

$$\begin{aligned} d\left(T \frac{dx}{dl}\right) + m(H-y)\gamma dy &= 0; \\ d\left(T \frac{dy}{dl}\right) - (H-y)\gamma dx &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где T — натяжение гибкой нити;
 dl — элемент длины;
 m — коэффициент пропорциональности для пучковой среды;
 H — расстояние от нижней точки пакета до верхней точки стропа;
 γ — удельный вес древесины.

Интегрируя первое уравнение из системы (1), получаем:

$$T \frac{dx}{dl} = \frac{m\gamma}{2} [(H-y)^2 - A].$$

Постоянную интегрирования A найдем из условия $x=0, y=0, \frac{dx}{dl} = \sin 90^\circ = 1$, откуда $T = \frac{m\gamma}{2} [H^2 - A]$ или

$$A = H^2 - \frac{2}{m\gamma} T. \quad (2)$$

Из системы (1) получаем после преобразований дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{2} m [(H-y)^2 - A] \frac{d^2y}{dx^2} - m(H-y) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - (H-y) = 0.$$

Понижая порядок уравнения и интегрируя его, определяем

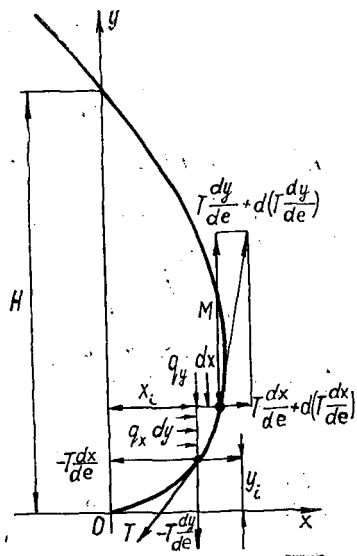
$$\frac{dx}{dy} = \frac{\sqrt{m} [(H-y)^2 - A]}{\sqrt{D^2 - [(H-y)^2 - A]^2}}. \quad (3)$$

Постоянную интегрирования D найдем из начальных условий: при $y=0$ имеем $\frac{dx}{dy} = \infty$ и $x=0$. Отсюда имеем $D^2 = (H^2 - A)^2$ или $D = H^2 - A = \frac{2}{m\gamma} T$ с учетом (2).

Решение (3), удовлетворяющее условию $x|_{y=0} = 0$, запишем в виде:

$$x(y) = \int_0^y \frac{\sqrt{m} [(H-t)^2 - A] dt}{\sqrt{D^2 - [(H-t)^2 - A]^2}}, \quad (4)$$

где t — переменная интегрирования.



Обозначив в уравнении (4), $H - t = v$, получим:

$$x(y) = \sqrt{m} \int_{H-y}^H \frac{[v^2 - A] dv}{\sqrt{(H^2 - v^2)(H^2 + v^2 - 2A)}}.$$

Рассмотрим уравнение равновесия гибкой нити на отрезке $0 \leq y \leq H$. Здесь $H \geq v \geq 0$, следовательно, $H^2 - v^2 \geq 0$. Так как условие $H^2 + v^2 - 2A = 0$ должно выполняться для всех v , то $H^2 - 2A \geq 0$.

Если $H^2 - 2A = 0$, то

$$x = \sqrt{m} \int_{H-y}^H \frac{(v^2 - A) dv}{v \sqrt{H^2 - v^2}} = \sqrt{m} \left(\sqrt{2Hy - y^2} - \frac{H}{y} \ln \frac{H + \sqrt{2Hy - y^2}}{H - \sqrt{2Hy - y^2}} \right). \quad (5)$$

Из (5) видно, что линия $x = x(y)$ не может пересекать ось Oy в точке $y = H$. Если $H^2 - 2A > 0$, то это равносильно, с учетом (2), условию:

$$H \leq 2 \sqrt{\frac{T}{m\gamma}}. \quad (6)$$

В этом случае интеграл (4) выражается через эллиптические интегралы [2]

$$x(y) = \sqrt{m} \sqrt{2H^2 - 2A} \left[E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - \frac{1}{2} F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \right] - \sqrt{m} \sqrt{2H^2 - A} \left[E(\varphi, k) - \frac{1}{2} F(\varphi, k) \right] + \sqrt{m} (H - y) \sqrt{\frac{H^2 - (H - y)^2}{(H - y)^2 + H^2 - 2A}}, \quad (7)$$

где $E\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$, $F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно;
 $E(\varphi, k)$ и $F(\varphi, k)$ — неполные эллиптические интегралы.

Кроме того,

$$k = \frac{H}{\sqrt{2H^2 - 2A}}; \quad \varphi = \arcsin \frac{H - y}{H} \sqrt{\frac{2H^2 - 2A^2}{(H - y)^2 + H^2 - 2A}}. \quad (8)$$

Если потребовать, чтобы кривая $x = x(y)$ пересекала ось Oy , т. е. $x = 0$ при $y = H$, то из (6), с учетом $\varphi = \arcsin 0 = 0$ и $E(\varphi, k) = F(\varphi, k) = 0$, получим

$$2E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = 0. \quad (9)$$

Решая уравнение (9) относительно k (например: используя таблицы эллиптических функций), найдем $k_0 = 0,90865$. Учитывая (2) и (8), окончательно имеем:

$$H = 1,8183 \sqrt{\frac{T}{m\gamma}}. \quad (10)$$

Таким образом, требование, чтобы кривая (7) пересекала ось Oy в точке H , равносильно соотношению (10), связывающему параметры H , T , m , γ . Высота пакета при подъеме его за обвязку нелинейно зависит от габаритов и массы перегружаемой совокупности лесоматериалов, комплексно отражаемых параметром T , а так же от их характеристик: удельного веса γ и коэффициента пропорциональности m .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Воробьев А. Г. О расчете по эластиковой теории пучковых плотов для случая нахождения их на суше // Лесинженерное дело: Науч. докл. высш. шк. — 1958. — № 3. — С. 40—52. [2]. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Для науч. работников и инженеров. — М.: Наука, 1978. — 832 с. [3]. Реутов Ю. М. Расчеты пучков (пакетов) круглых лесоматериалов. — М.: Лесн. пром-сть, 1975. — 152 с. [4]. Реутов Ю. М., Крейчман М. М. Определение параметров пакетов в гибких стропах в подвешенном состоянии // Транспорт леса в плотках: Сб. тр. / ЦНИИЛесосплава. — М.: Лесн. пром-сть, 1985. — С. 18—25.

УДК 674.09-791.8

ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ УПРУГОСТИ ДВИЖУЩИХСЯ ПИЛОМАТЕРИАЛОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ СОРТИРОВКИ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ

В. В. ОГУРЦОВ, И. С. МАТВЕЕВА, М. И. ЗАХАРОВ

Сибирский технологический институт

Механическая модель сортирующей установки с пиломатериалом для данных исследований получена из общей динамической модели системы сортирующая установка — пиломатериал [2] путем дополнительной конкретизации и абстрагирования (рис. 1). Она имеет одну степень свободы с обобщенной координатой y .

Составим для нее уравнение Лагранжа [3].

Кинетическую T и потенциальную Π энергии, а также диссипативную функцию Φ системы определяем из выражений:

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\Pi}}{3} + m_{\text{в}} \right) \dot{y}^2; \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} (C_{\text{д}} + C_{\Pi}) y^2; \quad (2)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} (\mu) \dot{y}^2, \quad (3)$$

где m_{Π} — масса нагруженного участка пиломатериала;
 $m_{\text{в}}$ — масса изгибающего вальца и жестко связанных с ним тел;
 C_{Π} , $C_{\text{д}}$ — жесткости пиломатериала и датчика силы;
 μ — коэффициент внутреннего трения древесины;
 y , \dot{y} — обобщенная координата и обобщенная скорость системы.

Члены в скобках в выражениях (1)–(3) представляют собой соответственно приведенные коэффициенты инерции, жесткости и сопротивления системы.

Тогда дифференциальное уравнение системы сортирующая установка — пиломатериал принимает вид

$$\left(\frac{m_{\Pi}}{3} + m_{\text{в}} \right) \ddot{y} + \mu \dot{y} + (C_{\text{д}} + C_{\Pi}) y = 0. \quad (4)$$

Варьирование жесткости пиломатериала по длине опишем выражением

$$C_{\Pi} = C_{\Pi 0} - \Delta C_{\Pi} \cos \frac{2\pi v}{d} t. \quad (5)$$

Здесь $C_{\Pi 0}$ — средняя жесткость пиломатериала;
 ΔC_{Π} , d — амплитуда и период колебаний жесткости;
 v — скорость перемещения пиломатериалов.

Следовательно, уравнение (4) можно записать в виде

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k_0^2 (1 - \psi \cos \omega t) y = 0, \quad (6)$$

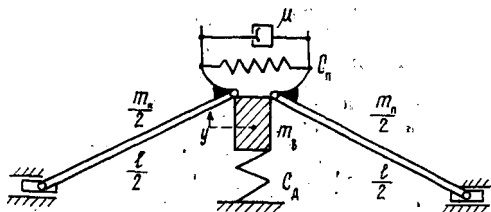


Рис. 1. Модель сортирующей установки с постоянным прогибом для исследования динамических нагрузок, обусловленных переменным характером силы упругости пиломатериалов