

[4]. Дашевский В. И., Непомнящий Е. А. Некоторые результаты исследования процесса сепарирования зерна кукурузы.— Тр. ВНИИЗа, 1967, вып. 57, с. 14—26.

Поступила 9 сентября 1985 г.

УДК 630\*812.71

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПО ДИАГРАММЕ ИЗГИБА ДРЕВЕСИНЫ

В. Н. ВОЛЫНСКИЙ

Архангельский лесотехнический институт

Принято считать [2, 3], что поведение древесины под нагрузкой с учетом фактора времени аналогично поведению реологической модели, состоящей из трех элементов (рис. 1). Для такой модели связь между напряжениями  $\sigma$  и деформациями  $\epsilon$  выражается следующим дифференциальным уравнением:

$$Hn\dot{\epsilon} + E\epsilon = \sigma + n\dot{\sigma}, \quad (1)$$

где  $H$  — мгновенный модуль упругости ( $H = E_2$ );

$E$  — длительный модуль упругости;

$n$  — время релаксации;

$\dot{\epsilon}$  — скорость роста деформаций;

$\dot{\sigma}$  — скорость роста напряжений;

$$E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (2)$$

Здесь  $E_1$  и  $E_2$  — модули упругости элементов реологической модели.

$$n = \frac{\eta}{E_1 + E_2}, \quad (3)$$

где  $\eta$  — вязкость древесины.

Из приведенных зависимостей следует, что развитие деформаций в древесине под нагрузкой во времени можно прогнозировать в полной мере, если известны три реологических показателя, связанные с принятой реологической моделью: длительный и мгновенный модули упругости и время релаксации. Эти показатели для древесины исследованы недостаточно, что связано со сложностью методов их определения. Широкое развитие получили лишь методы нахождения различных упругих показателей, особенно модуля упругости, который по своей физической сути близок к мгновенному модулю упругости, но, тем не менее, не может быть к нему приравнен.

Известно несколько способов определения реологических коэффициентов. В работах [1, 4] описаны методы, основанные на дополнительных построениях к диаграмме напряжение — деформация, полученной при испытании различных полимерных материалов. Эти методы, на наш взгляд, довольно трудоемки и не отличаются высокой точностью. Нами предложен графоаналитический способ определения коэффициентов  $H$ ,  $E$ ,  $n$  по диаграмме изгиба образцов древесины.

При испытании материалов с постоянной скоростью деформирования ( $\dot{\epsilon} = \text{const} = V_\epsilon$ ) уравнение (1) имеет решение

$$\sigma = E\epsilon + V_\epsilon n (H - E) (1 - e^{-\epsilon/nV_\epsilon}). \quad (4)$$

Запишем это уравнение в более простой форме

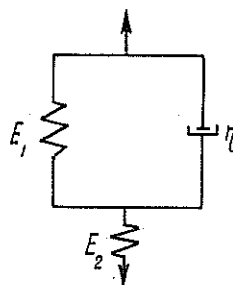


Рис. 1. Реологическая модель древесины.

$$y = ax + b(1 - e^{-x/c}), \quad (5)$$

где  $y$  — напряжение;  
 $x$  — деформация;

$$a = E;$$

$$b = V_\epsilon n (H - E); \quad (6)$$

$$c = nV_\epsilon. \quad (7)$$

Зная величины  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , можно без труда найти требуемые величины  $E$ ,  $H$ ,  $n$ .

Для расчета трех неизвестных составим систему трех уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = ax + b(1 - e^{-x/c}); \\ y_2 = 2ax + b(1 - e^{-2x/c}); \\ y_3 = 3ax + b(1 - e^{-3x/c}). \end{cases} \quad (8)$$

Здесь величины  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  представляют собой напряжения при деформациях соответственно  $x$ ,  $2x$ ,  $3x$  ( $x$  — шаг измерения).

Систему (8) удобнее привести к виду:

$$\begin{cases} e^{1/c} = \frac{b}{ax + b - y_1}; \\ e^{2/c} = \frac{b}{2ax + b - y_2}; \\ e^{3/c} = \frac{b}{3ax + b - y_3}. \end{cases} \quad (9)$$

Путем последовательного деления равенств друг на друга получили квадратное уравнение с одним неизвестным

$$Q_1 a^2 + Q_2 a + Q_3 = 0, \quad (10)$$

где

$$Q_1 = 3(y_1 - y_2) + y_3; \quad (11)$$

$$Q_2 = -2y_1(y_1 - y_2 + y_3) + y_2^2; \quad (12)$$

$$Q_3 = y_1^2(y_3 - y_2 - y_1) + y_1 y_2(2y_1 - y_2). \quad (13)$$

Выражение (10) имеет два корня:

$$a_{1,2} = \frac{-Q_2 \pm \sqrt{Q_2^2 - 4Q_1 Q_3}}{2Q_1}; \quad (14)$$

для каждого из них можно найти два значения коэффициента  $b$ :

$$b_1 = \frac{(a - y_1)^2}{2y_1 - y_2}; \quad (15a)$$

$$b_2 = \frac{2a^2 - a(2y_1 + y_2) + y_1 y_2}{y_1 + y_2 - y_3}, \quad (15б)$$

а затем шесть значений коэффициентов  $c$ :

$$c_1 = \left( \ln \frac{b_1}{a + b_1 - y_1} \right)^{-1}; \quad (16a)$$

$$c_2 = 2 \left( \ln \frac{b_1}{2a + b_1 - y_2} \right)^{-1}; \quad (16б)$$

$$c_3 = 3 \left( \ln \frac{b_1}{3a + b_1 - y_3} \right)^{-1}; \quad (16в)$$

$$c_4 = \left( \ln \frac{b_2}{a + b_2 - y_1} \right)^{-1}; \quad (16г)$$

$$c_5 = 2 \left( \ln \frac{b_2}{2a + b_2 - y_2} \right)^{-1}; \quad (16д)$$

$$c_6 = 3 \left( \ln \frac{b_2}{3a + b_2 - y_3} \right)^{-1}. \quad (16е)$$

Для практической проверки способа использовали диаграммы изгиба, полученные при испытании отрезков пиломатериалов в специальном приспособлении, которым была оборудована испытательная машина Р-5. Схема испытания трехточечная, с нагружением сосредоточенной силой в середине пролета. Опоры выполнены в виде площадок, а нагружающий нож — в виде элемента с большим радиусом закругления, что исключало смятие древесины в зоне нагружения.

Испытания проводили при постоянной скорости движения активного захвата (траверсы). Это, строго говоря, не гарантирует постоянной скорости деформирования. Однако жесткость силоизмерителя машины Р-5 очень велика: максимальное перемещение пассивного захвата составляет всего 1 мм при нагрузке в 100 % к номиналу данной шкалы. Реальные же величины прогибов достигают 20 мм. Поэтому можно считать, что расхождение между задаваемой постоянной скоростью движения траверсы  $V_T$  и скоростью увеличения прогиба  $V_f$  не превышает 5 %. Точность измерения нагрузки — до 5 Н, измерения прогибов — до 0,1 мм.

Диаграммный аппарат машины дает диаграммы в координатах нагрузка — прогиб. Для перехода к координатам напряжение — деформация использовали обычные зависимости сопротивления материалов:

$$\sigma = \frac{1,5Pl}{Bh^2}; \quad (17)$$

$$\epsilon = \frac{6hf}{L^2}. \quad (18)$$

Здесь  $P$  — нагрузка на образец;  
 $L$  — расстояние между опорами;  
 $B$  — ширина образца;  
 $h$  — толщина образца;  
 $f$  — прогиб.

Скорость деформирования определяли аналогично (18)

$$V_\epsilon = \frac{6hV_f}{L^2}. \quad (19)$$

Для получения системы уравнений (9) на диаграмме (рис. 2) находили три точки, задавая по оси  $x$  шаг измерения  $t_\epsilon$ , и снимали показания  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$ , соответствующие деформациям  $t_\epsilon$ ,  $2t_\epsilon$  и  $3t_\epsilon$ . В результате мы получили все необходимые исходные данные для расчета коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и по ним реологических коэффициентов  $E$ ,  $H$ ,  $n$ . Измерения и расчеты с использованием ЭВМ «Минск-32» позволяют отметить следующее.

1. Из двух значений коэффициентов  $a$ , определяемых по формуле (14), имеет смысл использовать наибольшую величину.

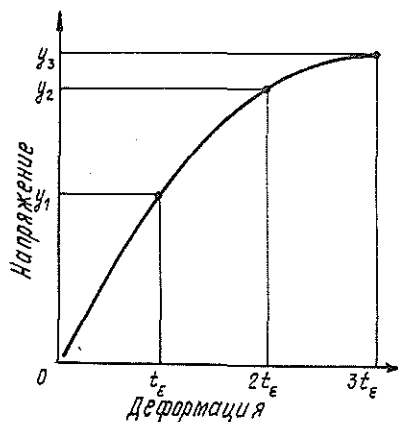


Рис. 2. Диаграмма испытания древесины на изгиб.

2. Коэффициенты  $b$  и  $c$ , рассчитываемые по выражениям (15) и (16), совершенно одинаковы для всех индексов, т. е. для их расчета достаточно использовать наиболее простые формулы (15а) и (16а).

3. Совпадение теоретических и экспериментальных точек абсолютно точное, что говорит о правильности решения системы уравнений (9).

4. Коэффициент  $c$  имеет отрицательное значение, что лишает все решение какого-либо физического смысла, так как приводит к отрицательному значению времени релаксации.

Следовательно, приходится констатировать, что точное математическое решение уравнений (8) и (9) для реальной диаграммы изгиба дает результаты, не имеющие физического смысла. Чтобы устранить это противоречие, мы прибегли к приближенному решению. Суть его заключается в том, что квадратное уравнение (10) можно преобразовать в линейное:

$$Q_2 a + Q_3 = 0, \quad (20)$$

так как величина  $Q_1$  на 1—2 порядка меньше значений  $Q_2$  и  $Q_3$ . Отсюда следует

$$a = -\frac{Q_3}{Q_2}. \quad (21)$$

В дальнейшем расчеты продолжали в той же последовательности: находили коэффициенты  $b$  и  $c$  по формулам (15) и (16), а затем непосредственно реологические показатели, исходя из зависимостей (6) и (7):

$$E = \frac{a}{t_\varepsilon}; \quad (22)$$

$$n = \frac{ct_\varepsilon}{V_\varepsilon}; \quad (23)$$

$$H = \frac{b + V_\varepsilon n E}{V_\varepsilon n}. \quad (24)$$

Такое приближенное решение дает результаты, имеющие физический смысл и соответствующие ожидаемым значениям. Для примера приведем данные испытаний и расчетов для конкретного образца.

Имеем следующие исходные данные:

Расстояние между опорами . . . . .	900 мм
Ширина образца . . . . .	100 мм
Толщина образца . . . . .	40 мм
Скорость движения траверсы . . . . .	$0,833 \cdot 10^{-3}$ мм/с
Шаг измерения (по прогибу) . . . . .	6,00 мм
Нагрузки, соответствующие $t_f$ , $2t_f$ , $3t_f$ . . . . .	1650, 3150, 4380 Н

Данные расчетов приведены в таблице.

Итак, уравнение (5) можно записать в конкретных числах:

$$y = 7,335x + 34,279 (1 - e^{-x/4,686}). \quad (25)$$

Совпадение кривой, построенной по этому уравнению, с экспериментальной диаграммой изгиба уже не абсолютно точное: в самой верхней точке наблюдается расхождение на 3,4%. Однако в остальном полученные таким графоаналитическим способом показатели не противоречат известным результатам. В пользу этого говорит и тот факт, что модуль упругости, определяемый стандартным способом, немного меньше мгновенного модуля упругости. Если полагать, что в диапазоне от 0 до  $P_1$  диаграмма выражается прямой линией, то можно записать:

В результате получаем  $E_{\text{станд}} = 7831 \text{ Н/мм}^2$ , что на 5,2 % превышает величину  $H$ .

Показатель	Единица измерения	Численное значение показателя	Расчетная формула
Скорость деформирования $V_\varepsilon$	1/с	$0,2468 \cdot 10^{-6}$	(19)
Шаг измерения (по относительной деформации) $t_\varepsilon$	—	$1,777 \cdot 10^{-3}$	(18)
Напряжения, соответствующие контрольным нагрузкам,			
$y_1$	Н/мм <sup>2</sup>	13,922	(17)
$y_2$	»	26,578	(17)
$y_3$	»	36,956	(17)
Коэффициенты уравнения (10)	$Q_1$ Н/мм <sup>2</sup>	-1,012	(11)
	$Q_2$ (Н/мм <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>	29,794	(12)
	$Q_3$ (Н/мм <sup>2</sup> ) <sup>3</sup>	-218,54	(13)
Коэффициенты уравнения (5)	$a$ Н/мм <sup>2</sup>	7,335	(21)
	$b$ »	34,279	(15a)
	$c$ —	4,686	(16a)
Длительный модуль упругости $E$	Н/мм <sup>2</sup>	4126	(22)
Время релаксации $n$	с	33 757	(23)
Мгновенный модуль упругости $H$	Н/мм <sup>2</sup>	8 240	(24)

$$E_{\text{станд}} = \frac{P_1 L^3}{4Bh^3 t_f} \quad (26)$$

В заключение отметим, что данная методика проверена только при кратковременных испытаниях на изгиб.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Латвищенко В. А. Диагностика жесткости и прочности материалов.— Рига: Зинатне, 1972.— 260 с. [2]. Ржаницын А. Р. Теория ползучести.— М., 1968. [3]. Уголев Б. Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения.— М.: Лесн. пром-сть, 1975.— 384 с. [4]. Фрейдин А. С., Вуба К. Т. Прогнозирование свойств клеевых соединений древесины.— М.: Лесн. пром-сть, 1980.— 224 с.

Поступила 1 июля 1985 г.

УДК 621.921 : 674.815

### РАЗРАБОТКА АБРАЗИВНЫХ КРУГОВ ДЛЯ ШЛИФОВАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ И ВЗАИМОСВЯЗЬ ИХ СТРУКТУРЫ С ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

А. И. ЯЦЮК, Н. В. БИРЮЧЕНКО

Львовский лесотехнический институт

Опыт шлифования древесины абразивными кругами свидетельствует о том, что параметры структуры инструмента (объем зерна, связки и пор), его твердость и прочность оказывают существенное влияние на эксплуатационные свойства инструмента.

Анализ результатов ряда работ [1, 3, 4, 5] показал, что нет единого мнения о влиянии параметров структуры абразивного инструмента на его физико-механические свойства. Так, например, одни исследователи [1] утверждают, что при неизменной пористости абразивных кругов, независимо от номера их структуры, твердость инструмента остается постоянной. Другие [3—5] отмечают повышение твердости абразивных кругов, с увеличением номера их структуры, для инструмента одинако-