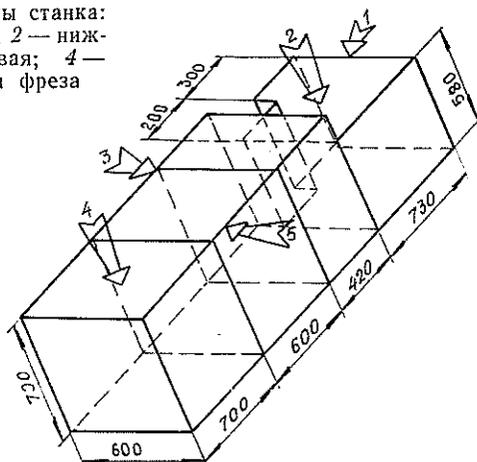


Рис. 2. Схема станины станка:
1 — механизм подачи; 2 — нижняя фреза; 3 — правая; 4 — верхняя; 5 — левая фреза



Конструктивная схема станины станка и места крепления на ней основных узлов показаны на рис. 2.

Модель станины выполнена из листового материала в масштабе 1:4. Расположение и размеры крепежных отверстий на модели геометрически подобны натурным. В качестве имитаторов фрезерных инструментов можно использовать роторы с регулируемым дисбалансом и частотой вращения до 20 тыс. мин⁻¹.

На основании приведенных исследований можно сделать вывод о том, что параметры колебаний станины, определенные с помощью испытаний ее физической модели, после соответствующего пересчета близки к параметрам колебаний натурной станины. И, следовательно, технические решения по снижению уровня колебаний, найденные при испытаниях модели, эффективны и в реальных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Афанасьев О. П. Физическое моделирование динамических процессов // Лесн. журн.— 1981.— № 3.— С. 70—78. (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Биргер И. Я., Пановко Я. Г. Прочность, устойчивость, колебания.— М.: Машиностроение, 1968.— Т. 1.— С. 17, 22. [3]. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1976.— Т. 1.— 164 с.

Поступила 8 октября 1986 г.

УДК 674.093.6

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСКРОЯ НЕОБРЕЗНЫХ ПИЛОМАТЕРИАЛОВ

Н. Д. ФИЛИППОВ, В. И. БАРАШИКОВ

Уральский лесотехнический институт

В теоретических исследованиях раскроя пиловочного сырья на пиломатериалы принято считать форму бревна усеченным параболоидом вращения, любое сечение которого параллельно продольной оси и представляет собой часть плоскости, ограниченную параболой. Оптимизация раскроя необрезных пиломатериалов на заготовки сводится, как правило, к поиску параметров прямоугольников, вписанных в параболу и обеспечивающих максимум суммарной площади.

Известны решения данной задачи в случае раскроя необрезных досок, наружная пласть которых ограничена полной параболой вида

$y^2 = px$ [1—6]. Однако количество таких пиломатериалов весьма ограничено (2, реже 4 доски в поставе), а их объем не превышает 10...20 % от всех пиломатериалов, полученных, например, при распиловке вразвал. До поступления на участок раскроя эти пиломатериалы укорачивают в лесопильном цехе с целью удаления непропиленного конца. Поэтому при раскрое необрезных пиломатериалов в производстве, например, мебельных заготовок практически всегда приходится решать задачу получения наибольшей общей площади прямоугольников, вписанных в параболу вида $y^2 = p(a+x)$, усеченную осью Y (рис. 1).

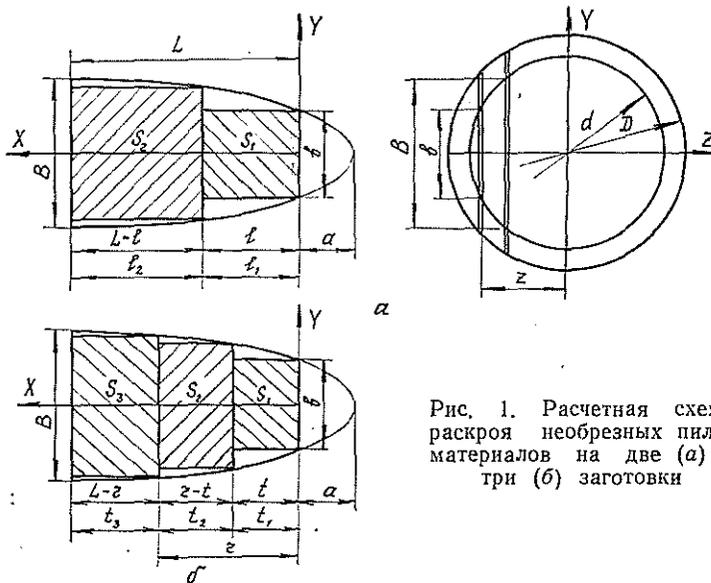


Рис. 1. Расчетная схема раскроя необрезных пиломатериалов на две (а) и три (б) заготовки

Значительные потери древесины в обзолную рейку объясняются, в частности, отсутствием теоретических основ и аргументированных рекомендаций поперечного раскроя таких пиломатериалов, что и явилось основанием для данной работы.

При поперечном раскрое необрезных пиломатериалов выкраивают как правило, не более 2...3 «черновых» заготовок, кратных по длине деталям с учетом припусков на обработку.

Оптимизация раскроя необрезной доски на две заготовки

В качестве исходных параметров примем:

L — длина необрезной доски;

b — ширина наружной пласти в вершинном торце необрезной доски;

B — ширина наружной пласти в комлевом торце необрезной доски;

K — коэффициент сбega, характеризующий уменьшение ширины наружной пласти от комля к вершине необрезной доски

$$K = \frac{B}{b} \geq 1. \quad (1)$$

Уравнение верхней части усеченной параболы имеет вид

$$y = \sqrt{p(x+a)} \quad \text{при } a \geq 0, x \geq 0, \quad (2)$$

где a — величина сдвига вершины параболы по оси X .

Выразив p и a через параметры необрезной доски, получим:

$$a = \frac{b^2}{B^2 - b^2} L; \quad (3)$$

$$p = \frac{B^2 - b^2}{4L}. \quad (4)$$

Обозначим через S_1 и S_2 площади вписанных в параболу прямоугольников с основаниями соответственно l и $L-l$. Тогда $S_1 = 2bl$, $S_2 = 2\sqrt{p(l+a)}(L-l)$, откуда функция оптимизации:

$$u = S_1 + S_2 = 2[\sqrt{pal} + \sqrt{p(l+a)}(L-l)].$$

Вычислив первую $u'(l)$ и вторую $u''(l)$ производные функции и исследовав ее на максимум, получим точку максимума:

$$l = L \left[\frac{1}{3} + \frac{2b}{9(B^2 - b^2)} (\sqrt{3B^2 + b^2} - 2b) \right] \quad (5)$$

или

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3(\sqrt{3K^2 + 1} + 2)}. \quad (6)$$

Рис. 2. Область оптимизации раскроя необрезных пиломатериалов на две (а) и три (б) заготовки

Из уравнений (5), (6) следует, что при $b \rightarrow B$, т. е. когда форма наружной пласти необрезной доски стремится к прямоугольнику, $l \rightarrow \frac{L}{2}$, поскольку:

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3(\sqrt{3K^2 + 1} + 2)} \xrightarrow{K \rightarrow 1} \frac{1}{2}. \quad (7)$$

При $b \rightarrow 0$, т. е. когда граница наружной пласти стремится к неусеченной параболе, $l \rightarrow \frac{L}{3}$. Последний результат для неусеченной параболы известен [5].

Из формулы (7) видно, что по мере увеличения расстояния от центра бревна до наружной пласти необрезной доски, т. е. при $0 < \frac{b}{B} < 1$, область оптимизации раскроя доски на две заготовки (рис. 2, а) равна $\frac{L}{6}$ и находится в пределах

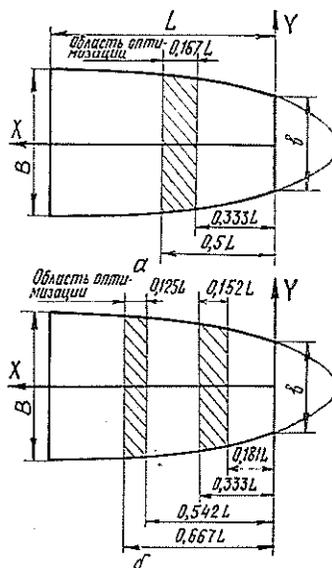
$$0,333L \leq l \leq 0,500L. \quad (8)$$

Оптимизация раскроя необрезной доски на три заготовки

Обозначив через S_1 , S_2 и S_3 площади вписанных в параболу прямоугольников с основаниями t , $r-t$ и $L-r$, получим:

$$S_1 = 2\sqrt{pa}t; \quad S_2 = 2\sqrt{p(t+a)}(r-t);$$

$$S_3 = 2\sqrt{p(r+a)}(L-r)$$



и функцию оптимизации

$$u = u(t, r) = S_1 + S_2 + S_3 = 2\sqrt{p} [\sqrt{a}t + \sqrt{t+a}(r-t) + \sqrt{r+a}(L-r)].$$

Вычислим частные производные

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\sqrt{p} [2\sqrt{a}(t+a) + (r-3t-2a)]}{\sqrt{t+a}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\sqrt{p} [2\sqrt{(r+a)(t+a)} + (L-3r-2a)]}{\sqrt{r+a}}$$

и вторые производные

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{-\sqrt{p} [3(t+a) + (r+a)]}{2(t+a)^{3/2}};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{-\sqrt{p} [3(r+a) + (L+a)]}{2(r+a)^{3/2}};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial r} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{t+a}}.$$

Необходимое условие экстремума $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$ приведем к системе уравнений

$$\begin{cases} 2\sqrt{a(t+a)} = 3(t+a) - (r+a); \\ 2\sqrt{(t+a)(r+a)} = 3(r+a) - (L+a) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 2Y = 3Y^2 - R; \\ 2Y\sqrt{R} = 3R - K^2, \end{cases} \quad (9)$$

где $Y = \sqrt{T} = \sqrt{\frac{t}{L}(K^2 - 1) + 1}$; $R = \frac{r}{L}(K^2 - 1) + 1$.

Выражая из первого уравнения системы (9) $R = 3Y^2 - 2Y$ и подставляя его во второе, получим

$$69Y^4 - 100Y^3 + 18(2 - K^2)Y^2 + 12K^2Y + K^4 = 0. \quad (10)$$

Ввиду сложности и громоздкости представления решения уравнения (10) в явном виде исследуем систему уравнений (9) методами аналитической геометрии. Обозначив $X = \sqrt{R}$, приведем систему уравнений (9) к виду:

$$\begin{cases} 2Y = 3Y^2 - X^2; \\ 2YX = 3X^2 - K^2 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \left(Y - \frac{1}{3} \right)^2 - \frac{X^2}{\frac{1}{9}} = 1; \\ Y = \frac{3}{2}X - \frac{K^2}{2X}. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь первое уравнение системы (11) — уравнение гиперболы, сдвинутой по оси Y на $\frac{1}{3}$, с вещественной полуосью, равной $\frac{1}{3}$, на оси Y , мнимой полуосью, равной $\frac{\sqrt{3}}{3}$, на оси X и асимптотами $Y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} X + \frac{1}{3}$. Второе уравнение — уравнение гиперболы с асимптотами $Y = \pm \frac{3}{2} X$ и осью Y , возрастающей на промежутках непрерывности (рис. 3).

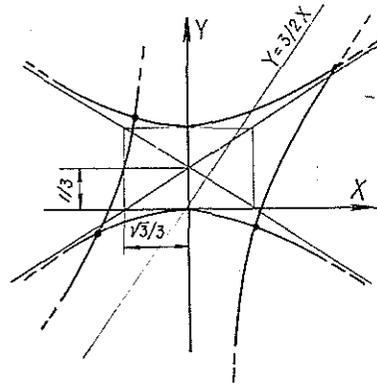


Рис. 3. Графическая интерпретация решения уравнения (10)

Так как $X = \sqrt{R} > 0$ и $Y = \sqrt{T} > 0$, то решению системы уравнений (11) соответствует единственная точка пересечения гипербол в первой четверти, т. е. наибольший корень уравнения (10). Решая уравнение (10) методом проб для различных значений $0 < \frac{1}{K} < 1$, с необходимой точностью получим зависимости значений $\frac{t}{L}$ и $\frac{r}{L}$ в табличном (см. табл.) и графическом (рис. 4) виде.

$\frac{b}{B}$	$\frac{t}{L}$	$\frac{r}{L}$									
0	0,333	0,181	0,35	0,428	0,269	0,609	0,70	0,476	0,312	0,646	
0,05	0,352	0,198	0,554	0,40	0,437	0,277	0,615	0,75	0,481	0,316	0,649
0,10	0,368	0,214	0,567	0,45	0,445	0,284	0,621	0,80	0,485	0,320	0,653
0,15	0,382	0,227	0,575	0,50	0,452	0,291	0,268	0,85	0,489	0,324	0,657
0,20	0,396	0,240	0,587	0,55	0,459	0,297	0,633	0,90	0,493	0,327	0,660
0,25	0,407	0,251	0,595	0,60	0,465	0,303	0,639	0,95	0,497	0,330	0,663
0,30	0,418	0,260	0,601	0,65	0,471	0,307	0,643	1,00	0,500	0,333	0,667

Покажем, что в найденных точках функции $u = u(t, r)$ достигается максимум. Для этого достаточно проверить, что

$$\Delta = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial r} \right)^2 > 0 \text{ и } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} < 0.$$

Имеем

$$\Delta = \frac{p [3(t+a) + (r+a)][3(r+a) + (L+a)]}{4(t+a)^{3/2}(r+a)^{3/2}} - \frac{p}{t+a} =$$

$$= \frac{p}{t+a} \frac{[3(t+a) + (r+a)][3(r+a) + (L+a)] - 4(t+a)^{1/2}(r+a)^{3/2}}{4(t+a)^{1/2}(r+a)^{1/2}}.$$

Покажем, что

$$[3(t+a) + (r+a)]^2 [3(r+a) + (L+a)]^2 > [4(t+a)^{1/2}(r+a)^{3/2}]^2,$$

откуда $\Delta > 0$.

$$[3(t+a) + (r+a)]^2 [3(r+a) + (L+a)]^2 > 6(t+a)(r+a)9(r+a)^2 + a^2 = 54(r+a)^3(t+a) > 16(r+a)^3(t+a) = [4(t+a)^{1/2}(r+a)^{3/2}]^2,$$

так как $r + a > 0$, $t + a > 0$, $L + a > 0$.

Поскольку $\Delta > 0$, то в точке (t, r) действительно достигается экстремум. Так как, кроме того, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{-\sqrt{p} [3(t+a) + (r+a)]}{2(t+a)^2} < 0$, то экстремум является максимумом.

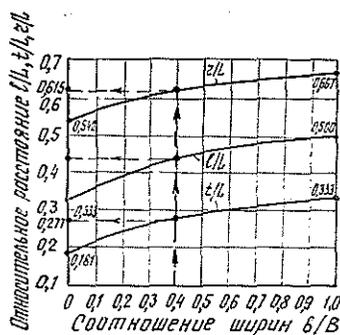


Рис. 4. Зависимость оптимального расстояния от вершинного торца необрезной доски до пропилов, обеспечивающих максимальный объемный выход обрезных заготовок, от соотношения ширины наружной пласти в вершинном и комлевом концах необрезной доски

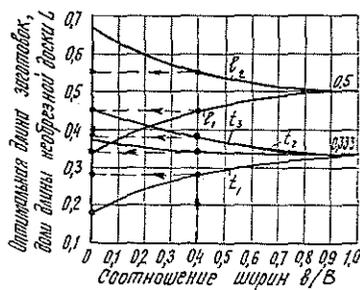


Рис. 5. Зависимость оптимальной длины обрезных заготовок от соотношения ширины наружной пласти в вершинном и комлевом концах необрезной доски

Из данных таблицы и рис. 4 видно, что при получении трех заготовок из необрезных пиломатериалов, наружная пласти которых находится на расстоянии $0 \leq z \leq D$ от центра бревна, т. е. когда $0 < \frac{b}{B} < 1$, могут иметь место две области оптимизации поперечного раскроя (рис. 2, б). Первая от вершинного торца необрезной доски область равна $0,152L$ и находится в пределах $0,181L \leq t \leq 0,333L$. Вторая равна $0,125L$ и находится в пределах $0,542L \leq r \leq 0,667L$. Здесь наименьшие значения областей оптимизации соответствуют раскрою необрезных досок, наружная пласти которых описывается неусеченной параболой ($\frac{b}{B} = 0$), а наибольшие — при форме наружной пласти в виде прямоугольника ($\frac{b}{B} = 1$). Промежуточные значения относятся к раскрою необрезных досок, наружная пласти которых ограничена усеченной параболой ($0 < \frac{b}{B} < 1$). При необходимости оптимальные значения ширины заготовок могут быть получены по известным формулам [1, 6], а начало отсчета перенесено в комлевой конец доски.

Анализ графиков на рис. 5 показал, что независимо от числа заготовок n , получаемых из необрезных пиломатериалов, они тем длиннее, чем дальше расположены от вершины к комлю. При этом соотношение оптимальных длин заготовок $l_1 : l_2 : l_3$ зависит от разницы между шириной пласти в комле и вершине необрезной доски. Кроме того, с уменьшением различия между b и B , т. е. при $b \rightarrow B$, оптимальная длина «вершинной» заготовки всегда увеличивается до $\frac{L}{n}$ за счет уменьшения оптимальных длин других заготовок также до $\frac{L}{n}$.

Внедрение в настоящее время технических средств оптимизации раскроя необрезных досок основано, как правило, на переборе множества вариантов. Диапазон поиска зачастую принимают необоснованно широким, что связано с длительностью решения задачи и нерациональным использованием оборудования и ЭВМ. В этой связи обоснование области оптимизации сужает границы поиска, сокращает время решения задачи и повышает эффективность использования технических средств оптимизации. В равной степени это может относиться и к традиционным неавтоматизированным методам поперечного раскроя необрезных досок на заготовки. Полученные здесь результаты могут найти применение как на стадии планирования раскроя пиловочного сырья на пиломатериалы и заготовки, так и при получении заготовок из необрезных пиломатериалов непосредственно в условиях производства.

В первом случае появляется возможность составить поставки на распиловку бревен, обеспечивающие наибольший выход заготовок заданных размеров и количества, или, наоборот, определить их размеры и количество по имеющемуся плану раскроя сырья на пиломатериалы. Для теоретических расчетов и практических решений по раскрою необрезных пиломатериалов достаточно определить всего три параметра: длину необрезной доски; ширину ее наружной пласти в вершинном и комлевом концах, что не составляет трудности ни в теоретическом, ни в практическом плане.

Зависимости, графически представленные на рис. 4, могут быть использованы при проектировании технических средств оптимизации раскроя необрезных пиломатериалов, а зависимости, отображенные на графиках рис. 5,— для оптимизации выхода комплектных заготовок заданных длин в соответствии со спецификацией.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Аксенов П. П. Теоретические основы раскроя пиловочного сырья.— М.; Л., 1960.— 216 с. [2]. Батин Н. А. Теоретические и экспериментальные исследования раскроя пиловочного сырья: Автореф. дис. . . д-ра техн. наук.— Л., 1965.— 33 с. [3]. Канторович Л. В., Залгаллер В. А. Рациональный раскрой промышленных материалов.— 2-е изд.— Новосибирск, 1971.— 298 с. [4]. Титков Г. Г. Теоретические основы наиболее выгодного объемного использования пиловочных бревен: Автореф. дис. . . канд. техн. наук.— Л., 1953.— 20 с. [5]. Фельдман Х. Л. Система максимальных поставок на распиловку.— М.; Л.— 1932.— 275 с. [6]. Шапиро Д. Ф. Лесопильно-строгальное производство.— М.— 1935.— 508 с.

Поступила 2 октября 1986 г.

УДК 674.053 : 621.933.6

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ РАМНЫХ ПИЛ ПРИ КОМБИНАЦИОННЫХ РЕЗОНАНСАХ

Р. В. ДЕРЯГИН

Вологодский политехнический институт

В работе [3] рассмотрена задача о динамической устойчивости рамных пил, при решении которой в качестве параметрической нагрузки принята горизонтальная составляющая силы резания. После ряда допущений уравнения колебаний пилы, в соответствии с известными рекомендациями [1], были представлены в форме уравнений Матье, что позволило определить области неустойчивости системы при простых главных резонансах. Было показано, что задача о статической устойчивости плоской формы изгиба пилы — частный случай задачи о ее динамической устойчивости. Ограничение задачи определением