УДК 539.384 : 625.576.4

ДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В НЕСУЩЕМ КАНАТЕ ПРИ ПАДЕНИИ НА НЕГО ДЕРЕВА

И. И. СЛЕПКО

Хмельницкий технологический институт

В работе [10] определены динамические усилия в несущих канатах при ударных нагрузках для случая расположения опор на одном уровне. В данной статье та же задача исследована при расположении опор на разных уровнях (рис. 1).

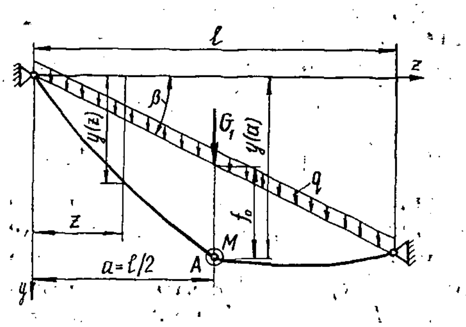

Рис. 1.

Для аналитического описания колебаний несущего каната после падения дерева на него воспользуемся уравнением Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial K}{\partial q_i}+\frac{\partial N}{\partial q_i}=Q_i, \qquad (1)$$

где K — кинетическая энергия системы;
N — потенциальная энергия системы;
Q_i, q_i — обобщенные силы и координаты;
t — время.

Кинетическая энергия несущего каната с сосредоточенным грузом как одномассовой системы

$$K=M\dot{y}_{\text{д}}^2/2, \qquad (2)$$

где M — приведенная масса системы;
$\dot{y}_{\text{д}}$ — скорость движения приведенной массы.

Согласно [4], приведенная масса системы

$$M=\left[\int_0^l m(z)\,y^2(z)\,dz+\sum_{i=1}^{n} m_i y^2(a_i)\right]/y^2(a), \qquad (3)$$

где $m(z)$ — распределенная масса;
$y(z)$ — главная форма колебаний каната;
m_i — масса i-го сосредоточенного груза;
$y(a_i)$ — провес каната в точке приложения i-го груза;
$y(a)$ — провес каната в точке приведения массы.

Середину пролета несущего каната примем за точку приведения масс, поскольку положению груза в этой точке соответствует максимальное натяжение каната. Для несущего каната с опорами на разных уровнях имеем [2]

$$y(l/2) = (P + q_1 l/2 - 2H \operatorname{tg} \beta)[l/(4H)]; \quad (4)$$

$$y(z) = [(P + q_1 l/(2H)) + \operatorname{tg} \beta] z - q_1 z^2/(2H), \quad (4а)$$

где l — длина пролета установки;
β — угол наклона хорды пролета к горизонту;
z — координата сечения;
H — горизонтальная составляющая натяжения каната;
$q_1 = q/\cos\beta$ (q — вес 1 м каната);
P — вес сосредоточенного груза.

На основании выражений (3), (4) и (4а) с учетом $m(z) = \rho/\cos\beta$ (где ρ — масса 1 м каната) получаем

$$M = m_1 + k_m \rho l/\cos\beta, \quad (5)$$

где m_1 — масса сосредоточенного груза весом P, приложенного посередине пролета;
k_m — коэффициент приведения массы к середине каната,

$$k_m = (1 + \xi + 0{,}4\xi^2)/3; \quad (5а)$$

$$\xi = ql/[4(P + ql/(2\cos\beta) + 2H \operatorname{tg}\beta)\cos\beta]. \quad (5б)$$

Из этих уравнений видно, что k_m зависит от силы P и угла β. При $\beta = 0$ коэффициент k_m определяется так же, как для каната с опорами на одном уровне [9]. На основании выражений (5а) и (5б) при $P = \beta = 0$ получим $k_m = 8/15$, что соответствует его значению по В. Г. Рекачу [7], а при $P \gg ql/\cos\beta$ получим $k_m = 1/3$, что согласуется с его значением по Кебу [11].

Кинетическая энергия движущегося дерева [6]

$$K = mv_c^2/2 + I_c\omega^2/2, \quad (6)$$

где m — масса дерева;
I_c — центробежный момент инерции дерева;
v_c — линейная скорость центра масс дерева;
ω — угловая скорость падающего дерева.

Предполагаем, что падающее дерево поворачивается вокруг оси z комлевого среза (рис. 2) и что ось z неподвижна, тогда

$$v_c = \omega h_c, \quad (7)$$

где h_c — высота центра тяжести дерева; определяется по формулам, приведенным в работах [3, 5].

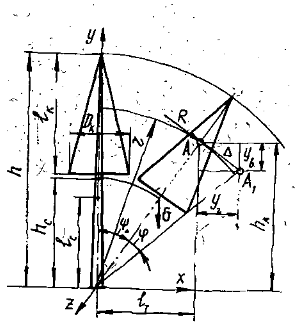

Рис. 2

Подставляя выражение (7) в (6), находим

$$K = I_z\omega^2/2, \quad (8)$$

где I_z — момент инерции дерева относительно оси, проходящей через плоскость комлевого среза; определяется по формулам, приведенным в работах [3, 5].

Согласно [1], угловая скорость падающего дерева

$$\omega = \sqrt{2Gh_c(1 - \cos\psi)/I_z}, \quad (9)$$

где G — вес дерева;
ψ — угол поворота дерева от вертикального положения.

Найдем кинетическую энергию падающего дерева как функцию угла ψ. На основании выражений (8) и (9) получим

$$K = Gh_c(1 - \cos\psi). \tag{10}$$

При падении дерева на несущий канат его ось займет положение пространственной кривой, т. е. точка A (см. рис. 1, 2) сместится на расстояние Δ. Разложим Δ на вертикальную $y_в$ и горизонтальную $y_г$ составляющие, где $y_в$ и $y_г$ — приращение провеса несущего каната посередине пролета соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскости при его динамическом нагружении.

Предполагая, что точка A (рис. 2) движется по дуге окружности радиусом r (где r — расстояние от комля до точки удара хлыста о канат) и учитывая, что $\Delta \ll r$, принимаем

$$\Delta = r\cos\varphi; \quad y_в = \Delta\sin\psi_0; \quad y_г = \Delta\cos\psi_0, \tag{11}$$

где ψ_0 — угол поворота дерева до момента удара о канат;
φ — то же после удара, $\varphi = \psi - \psi_0$.

Потенциальная энергия каната

$$N = T_0\Delta L + C\Delta L^2/2 - Mgy_в, \tag{12}$$

где T_0 — монтажное натяжение несущего каната;
ΔL — абсолютное удлинение каната;
g — ускорение свободного падения;
C — относительная продольная жесткость каната,

$$C = A\cos\beta/l; \tag{12a}$$

A — коэффициент продольной жесткости каната как агрегата.

Приращение провеса и удлинение каната связаны отношением [8, 9]

$$\Delta L = 2y(2f_0 + y)/l, \tag{13}$$

где y — смещение оси каната;
f_0 — монтажный провес каната (см. рис. 1).

Используя принцип суперпозиции для определения удлинения каната за счет перемещений $y_в$ и $y_г$ и учитывая, что в горизонтальной плоскости монтажный провес отсутствует и длина пролета $l_г = l/\cos\beta$, получаем

$$\Delta L = 2\left[y_в(2f_0 + y_в) + y_г^2\cos\beta\right]/l. \tag{14}$$

Согласно выражениям (11) и (14)

$$\Delta L = a_1\varphi + b_1\varphi^2, \tag{15}$$

где $a_1 = 4rf_0\sin\psi_0/l$; $b_1 = 2r^2(\sin^2\psi_0 + \cos^2\psi_0\cos\beta)/l$.

На основании уравнений (12) и (15) находим

$$N = (T_0a_1 - Mgr\sin\psi_0)\varphi + \left(T_0b_1 + Ca_1^2/2\right)\varphi^2 + $$
$$+ Ca_1b_1\varphi^3 + Cb_1^2\varphi^4/2. \tag{16}$$

Используя выражения (8), (10) и (16) и преобразуя уравнение (1), получаем дифференциальное уравнение движения системы после удара дерева о канат

$$\ddot{\varphi} = 2\varphi\left(T_0b_1 + Ca_1^2/2\right)/I_z - Gh_c\sin(\psi_0 + \varphi)/I_z =$$

$$= (Mgr\sin\psi_0 - T_0a_1)/I_z - 3Ca_1b_1(\varphi^2 + 2b_1\varphi^3/(3a_1))/I_z. \qquad (17)$$

Уравнение (17) является нелинейным, и его точное решение затруднительно. Для упрощения разложим $\sin(\psi_0+\varphi)$ в ряд. Ограничившись первыми четырьмя членами, получим:

$$\sin(\psi_0+\varphi) = \sin\psi_0 + \varphi\cos\psi_0 - \varphi^2\sin\psi_0/2 - \varphi^3\cos\psi_0/6. \qquad (18)$$

Подставим выражение (18) в (17). Обозначив

$$k^2 = 2(T_0b_1 + Ca_1^2/2 - Gh_c\cos\psi_0)/I_z; \quad \mu = 3Ca_1b_1/I_z;$$

$$d = [(Mgr + Gh_c)\sin\psi_0 - T_0a_1]/I_z;$$

$$u = 1 + Gh_c/(6Ca_1b_1); \quad v = 2b_1/(3a_1) + Gh_c/(18Ca_1b_1),$$

получим уравнение

$$\ddot\varphi + k^2\varphi = d - \mu\varphi^2(u + v\varphi). \qquad (19)$$

Уравнение (19) описывает свободные колебания системы после удара дерева о несущий канат. За начало движения системы принят момент удара дерева (его ствола) о канат.

Начальные условия для (19)

$$\varphi(0) = 0; \quad \dot\varphi(0) = \omega_0, \qquad (19\text{а})$$

где ω_0 — угловая скорость дерева в начальный момент; ее находят по выражению (9) с учетом $\psi_1 = \psi_0$.

Угол ψ_0 зависит от положения дерева на лесосеке и геометрических параметров канатной установки. Его определяем по формуле

$$\operatorname{tg}\psi_0 = h_A/l_1, \qquad (19\text{б})$$

где l_1 — расстояние от дерева до трассы установки;
h_A — разность высот точек комлевого среза дерева и точки A удара дерева по канату.

Решение уравнения (19) представим в виде ряда

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^n\varphi_n(t). \qquad (20)$$

Раскладывая ряд по малому параметру μ (квадрат искомой частоты), получаем

$$p^2 = k^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n h_n. \qquad (21)$$

Подставляя выражения (20) и (21) в (19) и ограничиваясь тремя членами ряда, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \ddot\varphi_0 + p^2\varphi_0 = d; \\ \ddot\varphi_1 + p^2\varphi_1 = h_1\varphi_0 + \varphi_0^2(u + v\varphi_0); \\ \ddot\varphi_2 + p^2\varphi_2 = h_2\varphi_0 + h_1\varphi_1 - \varphi_0\varphi_1(2u + 3v\varphi_0). \end{cases} \qquad (22)$$

Начальные условия (19а) для системы (22) имеют вид

$$\varphi_j(0) = 0\ (j = 0, 1, 2, \ldots), \quad \dot\varphi_0(0) = \omega_0; \quad \dot\varphi_j(0) = 0\ (j = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (23)$$

Решая систему уравнений (22) с начальными условиями (23), находим во втором приближении

$$\varphi = d/p^2(1 - \cos pt) + \omega_0\sin pt/p + \mu[(3a/4 + 9b/8)(1 - \cos pt)/p^2 -$$

$$-a(1-\cos 2pt)/(3p^2)-b(1-\cos 3pt)/(8p^2)+c_1(\sin 2pt-$$
$$-2\sin pt)/(3p^2)+d_1(\sin 3pt-3\sin pt)/(8p^2)\}; \quad (24)$$
$$p^2=k^2+\mu\,[2u\ddot{d}/p^2+15vd^2/(4p^4)+3v\omega_0^2/(4p^2)], \quad (24а)$$

где

$$a=ud^2/(2p^4)+3vd^3/p^6-vd\omega_0^2/p^4; \quad c_1=\dot{d}\omega_0(u+3vd/p^2)/p^3;$$
$$b=vd\,(3\omega_0^2/p^2-d^2/p^4)/(4p^2); \quad d_1=v\omega_0(\omega_0^2/p^2-3d^2/p^4)/(4p). \quad (24б)$$

Коэффициент динамичности усилий в несущем канате

$$k_д=T_д/T_1, \quad (25)$$

где $T_д$ — максимальное динамическое усилие в канате;
T_1 — максимальное статическое усилие, возникающее в канате от давления дерева на канат.

Максимальное динамическое усилие

$$T_д=T_0+C\Delta L. \quad (26)$$

Используя выражение (15) и учитывая, что максимальному значению ΔL соответствует φ_{max} (где φ_{max} — максимальное значение угла φ), получаем

$$T_д=T_0+C\varphi_{max}(a_1+b_1\varphi_{max}). \quad (27)$$

Для определения φ_{max} находим значение pt, соответствующее φ_{max}, из условия $\dot{\varphi}=0$, т. е. после преобразований

$$(d+2\mu a/3+9\mu b/8)\,\mathrm{tg}\,pt+3\mu(d_1-b)/[2(1+\mathrm{tg}^2 pt)]+$$
$$+2\mu c_1(1-\mathrm{tg}^2 pt)/(3\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 pt})+\omega_0 p-2\mu(c_1-d_1)/3=0. \quad (28)$$

Статическое усилие T_1 определяем из уравнения общего состояния несущего каната с закрепленными концами, нагруженного сосредоточенной силой в плоскости, перпендикулярной плоскости первоначального провеса от собственного веса,

$$T_1^3-T_1^2(T_0-[A_{пр}\cos^2\beta\,(q^2l^2/3+G_1[G_1+ql/(2\cos\beta)])]/(8T_0^2))-$$
$$-[A_{пр}\cos^2\beta\,(q^2l^2/3+(R\sin\psi_0+G_1)(R\sin\psi_0+G_1+ql/(2\cos\beta))+$$
$$+R^2\cos^2\psi_0/\cos^2\beta)]/8=0, \quad (29)$$

где G_1 — вес монтажного груза массой m_1;
$A_{пр}$ — приведенная жесткость системы канат — опоры,

$$A_{пр}=A/(1+K_{оп}A\cos\beta/l), \quad (29а)$$

A — коэффициент продольной жесткости каната как агрегата;
$K_{оп}$ — коэффициент податливости концевых опор;
R — статическое давление дерева на канат, определяемое из условия равновесия дерева,

$$R=Gh_c\sin\psi_0/r. \quad (29б)$$

Рассмотрим удар дерева по несущему канату для случая упругоподатливых опор. Схема деформаций приведена на рис. 3.

Смещение дерева вызывается одновременно упругим удлинением каната $\Delta'L$ и смещением опор δ. Для несущего каната с упругоподатливыми опорами упругое удлинение каната

$$hL=\Delta L_{пр}-\delta_л-\delta_п, \quad (30)$$

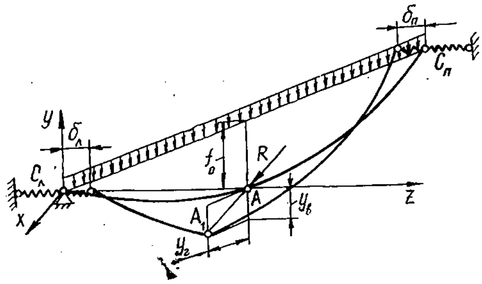

Рис. 3.

где $\Delta L_{пр}$ — изменение длины каната с жесткими опорами;
$\delta_л$, $\delta_п$ — смещение концевых опор.

Исходя из предположения упругой податливости опор, имеем

$$\delta_л + \delta_п = (T_д - T_0) K_{оп}. \tag{31}$$

Из физической стороны задачи получим

$$\Delta L = l\,(T_д - T_0)/(A \cos\beta). \tag{32}$$

На основании выражений (29а), (31) и (32) равенство (30) примет вид

$$\Delta L_{пр} = l\,(T_д - T_0)/(A_{пр} \cos\beta). \tag{33}$$

Потенциальная энергия системы канат — опоры

$$N = T_0\Delta L + T_0(\delta_л + \delta_п) + C\Delta L^2/2 + C_л\delta_л^2/2 + C_п\delta_п^2/2 - Mgy_в, \tag{34}$$

где $C_л$, $C_п$ — коэффициенты жесткости концевых опор.

Учитывая, что $1/C + 1/C_л + 1/C_п = l/(A_{пр}\cos\beta) = 1/C_{пр}$, выражение (34) с учетом равенства (30) можно выразить в виде

$$N = T_0\Delta L + C_{пр}\Delta L_{пр}^2/2 - Mgy_в, \tag{35}$$

где $C_{пр}$ — приведенная относительная жесткость канатной системы.

Равенство (10) справедливо для каната с упругоподатливыми опорами. Поскольку оно выражает геометрическую сторону задачи, то соответственно все дальнейшие выкладки статьи справедливы для несущего каната с упрогоподатливыми опорами при условии, что величине C в уравнении (17) и далее будет соответствовать величина $C_{пр}$.

Полученные уравнения позволяют исследовать динамические усилия, возникающие в несущем канате однопролетной установки с упругоподатливыми или жесткими опорами на разных уровнях при падении дерева на несущий канат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Алябьев В. И. Динамический расчет несущих канатов однопролетных трелевочно-погрузочных установок // Тр. / ЦНИИМЭ.— 1964.— № 53.— С. 87—107. [2]. Белая Н. М., Прохоренко А. Г. Канатные лесотранспортные установки.— М.: Лесн. пром-сть, 1964.— 299 с. [3]. Закревский П. Б. Исследование процесса управления падением деревьев при валке леса напроход: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— Львов, 1974.— 25 с. [4]. Киселев В. А. Строительная механика.— М.: Стройиздат, 1969.— 431 с. [5]. Коротяев Л. В., Есафов В. Д. К вопросу об определении некоторых геометрических параметров хлыста и дерева // Лесн. журн.— 1976.— № 2.— С. 32—39.— (Изв. высш. учеб. заведений). [6]. Орлов С. Ф., Артамонов Ю. Г., Стефанович В. П. Общий метод решения задач по перемещению деревьев // Лесн. журн.— 1976.— № 4.— С. 40—44.— (Изв. высш. учеб. заведений). [7]. Рекач

В. Г. Приложение теории колебаний гибких нитей к расчету подвесных канатных дорог // Тр. / МИСИ.— 1939.— № 2.— С. 57—81. [8]. Скобей В. В., Михайлов А. А. Динамический расчет трелевочно-погрузочных устройств с несущим канатом переменной длины КПУ-2 // Тр. / ЦНИИМЭ.— 1964.— № 58.— С. 52—77. [9]. Слепко И. И. Исследование динамических усилий в несущем канате с закрепленными концами при обрыве и стопорении груза // Лесн. журн.— 1977.— № 5.— С. 40—45.— (Изв. высш. учеб. заведений). [10]. Слепко И. И. Об усилиях в несущих канатах при ударных нагрузках // Лесн. журн.— 1990.— № 6.— С. 38—42.— (Изв. высш. учеб. заведений). [11]. Käb L. Angenaherte Bestimmung der Massenkräfte infolge der Schwingung einer an gespanten Seil hängen der Last // Bauingenieur.— 1933.— N 33/34.

Поступила 2 июня 1987 г.