



МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ  
И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 674.08

DOI: 10.17238/issn0536-1036.2017.2.130

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ  
ТЕРМОМОДИФИЦИРОВАННОЙ ДРЕВЕСНОЙ КОРЫ  
В ПРЕСС-ГРАНУЛЯТОРАХ БАРАБАННОГО ТИПА**

*О.Д. Мюллер, д-р техн. наук, доц.*

*В.И. Мелехов, д-р техн. наук, проф.*

*Н.Г. Пономарева, асп.*

*Т.В. Тюрикова, магистр*

*М.О. Хрусталева, инж.*

Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, наб. Северной Двины, д. 17, г. Архангельск, Россия, 163002; e-mail: oskar@mail.ru, n.ponomareva@narfu.ru

Наметившаяся в мировой и отечественной практике тенденция вовлечения древесных отходов как экологичного топлива в теплоэнергетический баланс становится все более актуальной. На предприятиях лесоперерабатывающей промышленности образуются большие объемы древесных отходов, 10...15 % которых приходится на древесную кору. Наиболее перспективным способом использования этого возобновляемого энергетического ресурса является изготовление древесных топливных гранул. Процесс получения древесных гранул из стволовой древесины достаточно хорошо разработан, однако их производство из древесной коры связано с некоторыми техническими трудностями (обезвоживание и измельчение коры, прессование измельченной коры через фильтры цилиндрической матрицы пресс-грануляторов валкового типа). Проведенные исследования показали, что предварительная термическая обработка древесной коры (термомодификация) позволяет решить проблемы ее обезвоживания и механического измельчения до гомогенного состояния для последующего гранулирования. В мировой и отечественной литературе отсутствует теоретически обоснованная математическая модель, описывающая процесс прессования измельченной древесины в пресс-грануляторах валкового типа с цилиндрической матрицей, которая могла бы оптимизировать конструктивные и технико-энергетические параметры прессования. Цель исследования – разработка математической модели процесса прессования термомодифицированной древесной коры, позволяющей определить связь конструктивных параметров прессовочного узла и требуемых качеств древесных гранул с

---

*Для цитирования:* Мюллер О.Д., Мелехов В.И., Пономарева Н.Г., Тюрикова Т.В., Хрусталева М.О. Математическая модель процесса прессования термомодифицированной древесной коры в пресс-грануляторах барабанного типа // Лесн. журн. 2017. № 2. С.130–148. (Изв. высш. учеб. заведений). DOI: 10.17238/issn0536-1036.2017.2.130

энергетическими затратами в пресс-грануляторах валкового типа с цилиндрической матрицей. Рассмотрен технологический процесс прессования шихты из древесной коры в клиновом зазоре между внутренней перфорированной цилиндрической поверхностью матрицы и наружной цилиндрической поверхностью прессовочного ролика, а также проанализированы физические процессы на участках формирования и выталкивания гранулы из фильеры. Получены обоснованная математическая модель процесса прессования шихты из древесной коры через цилиндрическую матрицу и зависимости, связывающие мощность, затрачиваемую на привод пресс-гранулятора, с конструктивными параметрами прессовочного узла и физико-технологическими параметрами шихты из древесной коры.

*Ключевые слова:* термомодифицированная древесная кора, пресс-гранулятор, матрица, фильера, гранулы, давление прессования, математическая модель прессования.

Для производства гранул из термомодифицированной древесной коры (далее кора) используется принцип формования гранул, заключающийся в продавливании сырья из древесной коры при помощи одного или нескольких прижимных валков через перфорированные поверхности. Наибольшее распространение получили пресс-грануляторы (рис. 1) для формования гранул цилиндрическими бегунами с продавливанием массы из древесной коры через поверхность перфорированного барабана вращающимися прижимными роликами (прессы с барабанной матрицей). Перфорации представляют собой цилиндрические фильеры матрицы. Спрессованные гранулы из древесной коры в виде непрерывных цилиндрических стержней выходят из отверстий фильер в матрице и срезаются ножами на фрагменты определенной длины.



Рис. 1. Схема пресс-гранулятора с барабанной матрицей: 1 – прижимные ролики; 2 – перфорированная матрица; 3 – исходная масса из древесной коры; 4 – ножи; 5 – гранулы из древесной коры

После охлаждения гранулы из древесной коры должны обладать высокой теплотворной способностью, высокой насыпной плотностью и низкой истираемостью (массовая доля мелкой фракции, которая образуется при разрушении гранул из древесной коры в процессе их хранения и транспортировки) при минимальном уровне энергозатрат на их производство.

Достижение качественных показателей гранул из термомодифицированной древесной коры во многом зависит от давления прессования, однако с увеличением давления прессования возрастает удельный расход энергии на гранулирование гомогенной массы коры. При этом геометрические параметры и формы матрицы, фильер и роликов существенно влияют на развиваемое давление прессования и расход энергии. В этих условиях невозможно оптимизировать конструктивные и технологические параметры производства гранул из древесной коры без использования полномасштабной математической модели, учитывающей основные процессы, происходящие при прессовании древесных гранул.

Рассмотрим технологический процесс прессования древесной шихты в клиновом зазоре между внутренней перфорированной цилиндрической поверхностью матрицы радиуса  $R_m$  и наружной цилиндрической поверхностью прессовочного ролика радиусом  $R_r$  (рис. 1). Прессовочные ролики расположены на расстоянии  $e$  от оси цилиндрической матрицы. Наружная цилиндрическая поверхность прессовочных роликов с внутренней цилиндрической поверхностью матрицы конструктивно образует зазор толщиной  $\Delta$ . При работе прессовочного узла на внутренней поверхности матрицы образуется коаксиальный ей цилиндрический слой спрессованной шихты из древесной коры толщиной  $\Delta_1 = \Delta + \Delta_{уп}$ . Упругое деформирование  $\Delta_{уп}$  спрессованного слоя из древесной коры может быть определено по следующей зависимости:

$$\Delta_{уп} = \Delta_1 \frac{p_{пр}}{E_{ш}} = (\Delta + \Delta_{уп}) \frac{p_{пр}}{E_{ш}} . \quad (1)$$

Здесь  $p_{пр}$  – давление формования и продавливания через фильеру матрицы гранулы из древесной коры;

$E_{ш}$  – модуль упругости шихты из древесной коры, спрессованной при давлении  $p_{пр}$ .

При запуске в работу пресс-гранулятора во внутреннюю полость цилиндрической матрицы поступает гомогенная шихта из термомодифицированной древесной коры (насыпная плотность  $\rho_0$ ), которая распределяется на внутренней цилиндрической поверхности матрицы некоторым слоем и за счет сил трения приходит во вращение вместе с матрицей. При прохождении шихты из древесной коры через клиновое зазор между прессовочным роликом и матрицей толщина клинового зазора, а следовательно, и толщина слоя шихты из древесной коры уменьшается по мере приближения к вершине клинового зазора, достигая своего минимального значения  $\Delta$ . После прохождения минимального конструктивного зазора  $\Delta$  расстояние между цилиндрическими поверхностями матрицы и прессовочного ролика увеличивается, вследствие чего спрессованный древесный слой упруго расширяется до толщины  $\Delta_1$ , избыточное давление в древесном слое снижается до 0.

При каждом прохождении прессовочного ролика над входным отверстием фильеры матрицы часть уплотненной массы из спрессованного слоя древесной коры под действием давления ролика будет выдавливаться в фильеру матрицы. Выдавленная в фильеру спрессованная масса из древесной коры за счет сил трения и деформационных сил создает противодействие силам давления прессовочного ролика, вследствие чего с каждым новым проходом прессовочного ролика давление прессования и давление проталкивания спрессованной массы из древесной коры, а следовательно, и плотность гранулы из древесной коры увеличиваются. Это будет происходить до тех пор, пока давление прессования в клиновом зазоре и давление формирования и проталкивания готовой гранулы из древесной коры через фильеру не сравняются, после чего наступает стационарный рабочий режим работы пресс-гранулятора.

Из проведенного анализа следует, что при производстве гранул из древесной коры процесс прессования шихты из древесной коры в клиновом зазоре между цилиндрическими поверхностями прессовочного ролика и матрицы можно условно разбить на три последовательных этапа:

1-й – повышение кажущейся плотности шихты из древесной коры (постоянство массы при переменном объеме);

2-й – выпрессовка гранулы из древесной коры (постоянство удельного объема при переменной массе);

3-й – упругое восстановление спрессованного слоя из древесной коры.

*Расчетная схема математической модели процесса прессования  
в клиновом зазоре*

Несмотря на то, что процесс прессования шихты из древесной коры в клиновом зазоре является функцией времени, этапы процесса прессования гранул идут строго друг за другом, при этом каждый из них имеет определенную продолжительность. Скорость вращения прессовочного ролика вокруг своей оси постоянна, поэтому время  $t$  удобно выражать через угол поворота прессовочного ролика  $\alpha$  (угловая скорость вращения ролика  $\omega_1 = \text{const}$ ):

$$t = \frac{\alpha}{\omega_1}. \quad (2)$$

Такая замена позволяет изобразить графически как сам процесс прессования шихты из древесной коры в клиновом зазоре, так и отдельные его этапы. Расчетная схема и поперечный разрез прессовочной камеры представлены на рис. 2.

Этапы прессования показаны на поперечном разрезе прессовочного ролика центральными углами, опирающимися на дуги А–В (1-й этап), В–С (2-й этап) и С–D (3-й этап).

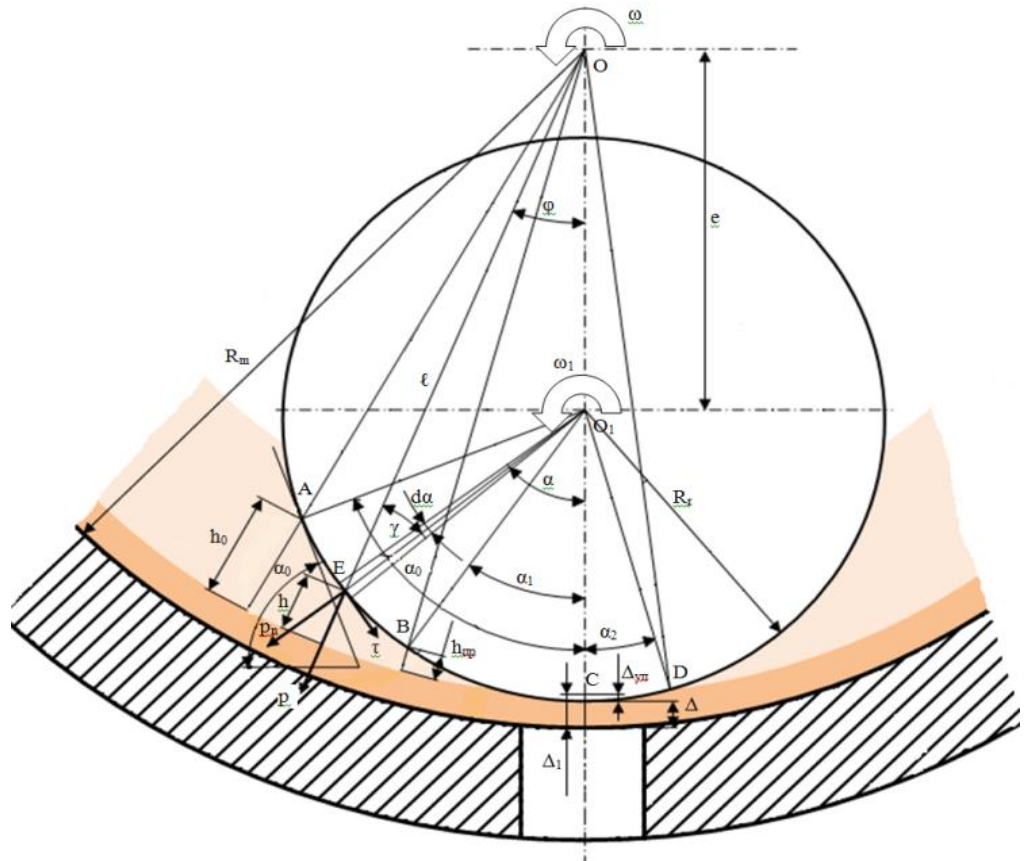


Рис. 2. Схема процесса прессования гранулы из древесной коры

В основу математической модели процесса прессования шихты из древесной коры в клиновом зазоре положен баланс механической энергии вращения цилиндрического прессовочного ролика при движении его по цилиндрической матрице.

*Определение крутящего момента прессовочного ролика на участке А-В прессования шихты из древесной коры*

Выберем на участке А-В от вертикальной оси текущий угол  $\alpha$  и опустим луч  $O_1-E$  (рис. 2). Опишем около луча  $O_1-E$  элементарный центральный угол  $d\alpha$ , опирающийся на цилиндрической поверхности прессовочного ролика на элементарную площадку

$$dS = LR_r d\alpha, \quad (3)$$

где  $L$  – длина прессовочного ролика.

Пусть на этой элементарной площадке действует касательное напряжение  $\tau$ , направленное в сторону вращения прессовочного ролика. Под действием этого напряжения на прессовочном ролике создается элементарный крутящий момент:

$$dM_{s1} = R_r \tau dS = \tau L R_r^2 d\alpha. \quad (4)$$

В точке Е по направлению луча О-Е на шихту из древесной коры со стороны прессовочного ролика нормально к цилиндрической поверхности матрицы действует давление  $p$ , которое можно разложить на нормальное давление  $p_n$  к площадке  $dS$  и касательное напряжение в этой площадке  $\tau$ . Отсюда следует, что

$$\tau = p \sin(\gamma), \quad (5)$$

где  $\gamma$  – угол между лучами О-Е и О<sub>1</sub>-Е.

Применив теорему синусов для треугольника О<sub>1</sub>-Е-О:

$$\frac{R_r}{\sin(\varphi)} = \frac{e}{\sin(\gamma)} = \frac{l}{\sin(\pi - \alpha)}, \quad (6)$$

получим:

$$\tau = p \frac{e}{l} \sin(\alpha), \quad (7)$$

где  $l$  – расстояние от оси цилиндрической матрицы до точки Е на цилиндрической поверхности прессовочного ролика.

Воспользовавшись теоремой косинусов для треугольника О<sub>1</sub>-Е-О, получим:

$$l = \sqrt{R_r^2 + e^2 + 2R_r e \cos(\alpha)} = \sqrt{R_r^2 + e^2 + 2R_r e - 2R_r e + 2R_r e \cos(\alpha)},$$

или

$$l = \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e (1 - \cos(\alpha))}. \quad (8)$$

После подстановки (8) в (7) и (7) в (4) будем иметь:

$$dM_{s1} = p \frac{e L R_r^2}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e (1 - \cos(\alpha))}} \sin(\alpha) d\alpha. \quad (9)$$

Для определения давления  $p$  в шихте древесной коры на участке А-В воспользуемся уравнением (1) уплотняемости шихты из древесной коры:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = a + b \ln \frac{p}{p_0}, \quad (10)$$

где  $\rho$  – плотность шихты из древесной коры при давлении  $p$ ;

$a$  и  $b$  – коэффициенты;

$p_0$  – атмосферное давление,  $p_0 = 1$ .

Учитывая, что плотность шихты из древесной коры обратно пропорциональна высоте слоя шихты по радиусу цилиндрической матрицы от поверхности прессовочного ролика до уплотненного слоя шихты из древесной коры на поверхности матрицы, имеем:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h_0}{h}, \quad (11)$$

где  $h_0$  и  $h$  – высота слоя шихты из древесной коры под точками А и Е.

Подставив (11) в (10) и преобразовав, получим выражение для давления:

$$p = p_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \exp \left( \frac{h_0}{bh} \right). \quad (12)$$

Из рис. 2 следует, что высота слоя шихты из древесной коры

$$h = R_m - \Delta - l = R_r + e - \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}. \quad (13)$$

После подстановки (13) в (12) и (12) в (9) получим:

$$dM_{s1} = p_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \exp \left[ \frac{h_0}{b \left( R_r + e - \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))} \right)} \right] \times \\ \times \frac{eLR_r^2 \sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}}. \quad (14)$$

Введем обозначение

$$y = \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))} \quad (15)$$

и продифференцируем его:

$$dy = \frac{-R_r e \sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}}. \quad (16)$$

Подставим (15) и (16) в (14):

$$dM_{s1} = -p_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \exp \left[ \frac{h_0}{b(R_r + e - y)} \right] LR_r dy. \quad (17)$$

Введем обозначение и продифференцируем его:

$$x = \frac{h_0}{b(R_r + e - y)}; \quad (18)$$

$$dx = \frac{h_0 dy}{b(R_r + e - y)^2}. \quad (19)$$

С учетом (18) преобразуем уравнение (19):

$$dy = bh_0 \frac{dx}{x^2}. \quad (20)$$

Подставим (18) и (20) в (17):

$$dM_{s1} = -p_0 LR_r bh_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \frac{\exp(x)}{x^2} dx. \quad (21)$$

Момент сопротивления вращения прессовочного ролика на участке А-В

$$M_{s1} = \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dM_{s1} = -p_0 LR_r bh_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{e^x}{x^2} dx, \quad (22)$$

где  $\alpha_0$  – угол естественного откоса насыпного слоя шихты из древесной коры.

Решим неопределенный интеграл  $\int \frac{e^x}{x^2} dx$ :

$$\int \frac{e^x}{x^2} dx = \frac{-e^x}{x} + \ln|x| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot n!}. \quad (23)$$

Введем обозначение:  $R_r + e = R_0$ . (24)

Тогда

$$x = \frac{h_0}{bR_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha))} \right)}. \quad (25)$$

Давление проталкивания  $p_{пр}$  может быть определено по уравнению (12), если вместо текущей толщины  $h$  спрессованного слоя шихты из древесной коры подставить толщину слоя  $h_{пр}$  в точке В:

$$p_{пр} = p_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) \exp \left( \frac{h_0}{bh_{пр}} \right). \quad (26)$$

Отсюда

$$p_0 \exp^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) = p_{пр} \exp^{-1} \left( \frac{h_0}{bh_{пр}} \right). \quad (27)$$

Подставив (25) в (23), а измененные (23) и (27) в (22), после преобразований получим выражение для расчета момента сопротивления вращения прессовочного ролика на участке А-В:



$$\begin{aligned}
 M_{s1} = & p_{\text{пп}} L R_r b h_0 \exp^{-1} \left( \frac{h_0}{b h_{\text{пп}}} \right) \times \\
 & \times \left\{ \frac{\exp \left( \frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)} \right)}{\frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)}} - \frac{\exp \left( \frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))} \right)} \right)}{\frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))} \right)}} \right\} + \\
 & + \ln \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}}{1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))}} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \left( \frac{h_0}{b R_0} \right)^n \times \\
 & \times \left\{ \frac{1}{\left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)^n} - \frac{1}{\left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))} \right)^n} \right\}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

При угле  $\alpha_1$  давление толщины спрессованного слоя достигает значения  $h = h_{\text{пп}}$ ,  $p = p_{\text{пп}}$ . Из совместного решения уравнений (10) и (11) следует, что

$$h_{\text{пп}} = \frac{h_0}{a + b \ln \frac{p_{\text{пп}}}{p_0}}. \quad (29)$$

Из рис. 2 и уравнения (13) имеем:

$$h_{\text{пп}} = R_0 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))} \right]. \quad (30)$$

Решая совместно уравнения (29) и (30), получаем:

$$1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_1))} = \frac{h_0}{R_0 \left( a + b \ln \frac{p_{\text{пп}}}{p_0} \right)}. \quad (31)$$

Подставляем выражение (31) в уравнение (28):

$$\begin{aligned}
 M_{s1} = & p_{np} L R_r b h_0 \exp^{-1} \left( \frac{h_0}{b h_{np}} \right) \times \\
 & \times \left\{ \frac{\exp \left( \frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)} \right)}{\frac{h_0}{b R_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)}} - \frac{b \exp \left( \frac{(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0})}{b} \right)}{(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0})} \right\} + \\
 & + \ln \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}}{\frac{h_0}{R_0 (a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0})}} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \left( \frac{h_0}{b R_0} \right)^n \times \\
 & \times \left[ \frac{1}{\left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))} \right)^n} - \left( \frac{R_0 (a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0})}{h_0} \right)^n \right]. \quad (32)
 \end{aligned}$$

*Определение крутящего момента прессовочного ролика на участке В–С формования и выталкивания гранулы из древесной коры*

При достижении прессовочным роликом точки В давление в выделенном элементарном объеме спрессованной шихты из древесной коры станет достаточным для формирования и выдавливания полученной гранулы через фильеру матрицы. С этого момента при дальнейшем проворачивании прессовочного ролика рост давления в спрессованном элементарном объеме прекратится и начнется выдавливание части массы шихты, спрессованной из древесной коры, из элементарного объема в цилиндрический канал фильеры матрицы. Это процесс будет происходить до тех пор, пока элементарный объем не переместится в точку С.

Запишем выражение для определения элементарного крутящего момента прессовочного ролика на участке В–С после подстановки в уравнение (9) давления проталкивания  $p_{np}$  вместо текущего давления  $p$ :

$$dM_{s2} = p_{np} \frac{e L R_r^2}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2 R_r e (1 - \cos(\alpha))}} \sin(\alpha) d\alpha. \quad (33)$$

Момент сопротивления вращения прессовочного ролика на участке В–С:

$$M_{s2} = \int_{\alpha_1}^0 d M_{s2} = p_{np} e L R_r^2 \int_{\alpha_1}^0 \frac{\sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2 R_r e (1 - \cos(\alpha))}}. \quad (34)$$

Введем обозначение и продифференцируем его:

$$y = \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_re(1 - \cos(\alpha))}; \quad (35)$$

$$dy = \frac{-R_re \sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_re(1 - \cos(\alpha))}}. \quad (36)$$

Отсюда

$$\frac{\sin(\alpha) d\alpha}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_re(1 - \cos(\alpha))}} = \frac{-dy}{R_re}. \quad (37)$$

Подставим (37) в (34):

$$M_{s2} = -p_{пп}LR_r \int_{\alpha_1}^0 dy. \quad (38)$$

После интегрирования и подстановки (35) имеем:

$$M_{s2} = p_{пп}LR_r \left[ R_r + e - \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_re(1 - \cos(\alpha_1))} \right]. \quad (39)$$

После подстановки (24) и упрощения:

$$M_{s2} = p_{пп}LR_rR_0 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_re}{R_0^2}(1 - \cos(\alpha_1))} \right]. \quad (40)$$

Это же выражение, но с учетом (35):

$$M_{s2} = p_{пп}LR_r \frac{h_0}{\left( \alpha + b \ln \frac{p_{пп}}{p_0} \right)}. \quad (41)$$

*Определение крутящего момента прессовочного ролика на участке С-D упругого восстановления слоя, спрессованного из древесной коры*

Элементарный крутящий момент прессовочного ролика на участке упругого восстановления

$$dM_{s3} = -p \frac{eLR_r^2}{\sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_re(1 - \cos(\alpha))}} \sin(\alpha) d\alpha. \quad (42)$$

Для нахождения давления на элементарную площадку со стороны упругорасширяющегося слоя спрессованной шихты из древесной коры воспользуемся уравнением (1), решая которое относительно толщины спрессованного слоя  $\Delta_1$ , получим:

$$\Delta_1 = \Delta \frac{E_{ш}}{E_{ш} - p_{пп}}. \quad (43)$$

Определим местную упругую деформацию спрессованной шихты из древесной коры:

$$h = \Delta \frac{p_{\text{пр}}}{E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}} - \left( R_0 - \sqrt{R_0^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))} \right). \quad (44)$$

Согласно закону Гука упругое давление спрессованного слоя из древесной коры на прессовочный ролик

$$p = \frac{h}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}), \quad (45)$$

или с учетом (44):

$$p = p_{\text{пр}} - \frac{R_0 - \sqrt{R_0^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}). \quad (46)$$

Элементарный крутящий момент прессовочного ролика на участке упругого восстановления с учетом (46):

$$dM_{s3} = - \left[ p_{\text{пр}} \frac{R_0 - \sqrt{R_0^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \right] \times \\ \times \frac{eLR_r^2}{\sqrt{R_0^2 - 2R_r e(1 - \cos(\alpha))}} \sin(\alpha) d\alpha. \quad (47)$$

Используя уравнения (35) и (37), получаем:

$$dM_{s3} = \left[ p_{\text{пр}} - \frac{R_0}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) + \frac{y}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \right] LR_r dy; \quad (48)$$

$$M_{s3} = \left( p_{\text{пр}} - \frac{R_0}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \right) LR_r \int_0^{\alpha_2} dy + \frac{1}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) LR_r \int_0^{\alpha_2} y dy, \quad (49)$$

или

$$M_{s3} = LR_r \left[ \left( p_{\text{пр}} - \frac{R_0}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \right) y + (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \frac{y^2}{2\Delta} \right]_0^{\alpha_2}. \quad (50)$$

После подстановки (35) и упрощения имеем:

$$M_{s3} = LR_r R_0 \left\{ \left( p_{\text{пр}} - \frac{R_0}{\Delta} (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \right) \left[ \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_2))} - 1 \right] - \right. \\ \left. - (E_{\text{ш}} - p_{\text{пр}}) \frac{R_r e}{R_0 \Delta} (1 - \cos(\alpha_2)) \right\}. \quad (51)$$

Из рис. 2 следует, что

$$\cos(\alpha_2) = \frac{R_r - \Delta_{\text{уп}}}{R_r}, \quad (52)$$

отсюда

$$1 - \cos(\alpha_2) = \frac{\Delta_{уп}}{R_r}. \quad (53)$$

Из уравнения (1)

$$\Delta_{уп} = \Delta \frac{p_{пп}}{E_{ш} - p_{пп}}. \quad (54)$$

После подстановки (54) в (53) и (53) в (51) получаем:

$$M_{S3} = LR_r R_0 \times \left\{ \left( p_{пп} - \frac{R_0}{\Delta} (E_{ш} - p_{пп}) \right) \left[ \sqrt{1 - \frac{2\Delta e}{R_0^2} \frac{p_{пп}}{(E_{ш} - p_{пп})}} - 1 \right] - p_{пп} \frac{e}{R_0} \right\}. \quad (55)$$

*Определение мощности на привод одного прессовочного ролика*

Суммарный момент, затрачиваемый на приведение во вращение одного прессовочного ролика при прессовании шихты из древесной коры, формирование из нее древесной гранулы и выдавливание ее через цилиндрический канал фильеры матрицы, будет равен сумме моментов на участках А-В, В-С и С-D:

$$M_1 = M_{S1} + M_{S2} + M_{S3}, \quad (56)$$

или с учетом зависимостей (32), (43) и (55):

$$M_1 = p_{пп} LR_r \times \left\{ \frac{bh_0}{\exp\left(\frac{h_0}{bh_{пп}}\right)} \left[ \frac{\exp\left(\frac{h_0}{bR_0\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2}(1 - \cos(\alpha_0))}\right)}\right)}{bR_0\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2}(1 - \cos(\alpha_0))}\right)} - \frac{b \exp\left(\frac{a}{b} + \ln \frac{p_{пп}}{p_0}\right)}{a + b \ln \frac{p_{пп}}{p_0}} \right] + \ln \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2}(1 - \cos(\alpha_0))}}{\frac{h_0}{R_0(a + b \ln \frac{p_{пп}}{p_0})}} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \left(\frac{h_0}{bR_0}\right)^n \times \left[ \frac{1}{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2}(1 - \cos(\alpha_0))}\right)^n} - \left(\frac{R_0(a + b \ln \frac{p_{пп}}{p_0})}{h_0}\right)^n \right] \right\} +$$

$$+ \frac{h_0}{\left(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0}\right)} + R_0 \left[ \left( 1 - \frac{R_0}{\Delta} \left( \frac{E_{ш}}{p_{np}} - 1 \right) \right) \left( \sqrt{1 - \frac{2\Delta e}{R_0^2} \frac{1}{\left(\frac{E_{ш}}{p_{np}} - 1\right)}} - 1 \right) - \frac{e}{R_0} \right]. \quad (57)$$

Мощность, затрачиваемую на привод одного прессовочного ролика, определим как

$$N_1 = \omega_1 M_1. \quad (58)$$

Если число прессовочных роликов равно  $z$ , то мощность привода прессовочного узла пресс-гранулятора

$$N = z\omega_1 M_1, \quad (59)$$

или с учетом (57):

$$N = z\omega_1 p_{np} L R_r \times \left\{ \frac{b h_0}{\exp\left(\frac{h_0}{b h_{np}}\right)} \left[ \frac{\exp\left(\frac{h_0}{b R_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}\right)}\right)}{\frac{h_0}{b R_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}\right)}} - \frac{b \exp\left(\frac{a}{b} + \ln \frac{p_{np}}{p_0}\right)}{a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0}} \right] + \ln \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}}{\frac{h_0}{R_0 \left(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0}\right)}} \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n!} \left(\frac{h_0}{b R_0}\right)^n \times \left[ \frac{1}{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_r e}{R_0^2} (1 - \cos(\alpha_0))}\right)^n} - \left(\frac{R_0 \left(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0}\right)}{h_0}\right)^n \right] + \frac{h_0}{\left(a + b \ln \frac{p_{np}}{p_0}\right)} + R_0 \left( 1 - \frac{R_0}{\Delta} \left( \frac{E_{ш}}{p_{np}} - 1 \right) \right) \left( \sqrt{1 - \frac{2\Delta e}{R_0^2} \frac{1}{\left(\frac{E_{ш}}{p_{np}} - 1\right)}} - 1 \right) - \frac{e}{R_0} \right\}. \quad (60)$$

Входящую в уравнение толщину  $h_0$  насыпного слоя шихты из древесной коры в начале уплотнения определим по уравнению (13), подставив вместо  $\alpha$  угол естественного откоса  $\alpha_0$ :

$$h_0 = R_r + e - \sqrt{(R_r + e)^2 - 2R_r e (1 - \cos(\alpha_0))}. \quad (61)$$

*Определение производительности прессовочного ролика*

При прохождении прессовочного ролика насыпной слой шихты из древесной коры толщиной  $h_0$  и плотностью  $\rho_0$  уплотняется и вдавливается в фильеры. За один оборот прессовочного ролика объем насыпного слоя шихты из древесной коры

$$V_{об} = L \frac{\pi}{4} [(R_0 - \Delta_{уп})^2 - (R_0 - \Delta_{уп} - h_0)^2]. \quad (62)$$

При угловой скорости вращения прессовочного ролика  $\omega_1$  угловая скорость вращения матрицы

$$\omega = \omega_1 \frac{R_r}{R_r + e}. \quad (63)$$

Секундная объемная производительность одного прессовочного ролика

$$V_1 = V_{об} \frac{\omega_1}{2\pi} \frac{R_r}{(R_r + e)}, \quad (64)$$

или с учетом (62), (24) и (54):

$$V_1 = \frac{\omega_1}{4} L R_r h_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{(R_r + e)} \frac{p_{пр}}{E_{ш} - p_{пр}} - \frac{h_0}{2(R_r + e)} \right]. \quad (65)$$

При  $z$  прессовочных роликах полная объемная производительность пресс-гранулятора

$$V = z \frac{\omega_1}{4} L R_r h_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{(R_r + e)} \frac{p_{пр}}{E_{ш} - p_{пр}} - \frac{h_0}{2(R_r + e)} \right], \quad (66)$$

массовая производительность

$$G = z \frac{\omega_1}{4} L R_r h_0 \rho_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{(R_r + e)} \frac{p_{пр}}{E_{ш} - p_{пр}} - \frac{h_0}{2(R_r + e)} \right]. \quad (67)$$

*Выводы*

1. Полученная математическая модель связывает конструктивные и технологические параметры прессового оборудования не только с физическими параметрами исходного и спрессованного термомодифицированного древесного сырья, но и с давлением прессования готовых древесных топливных гранул. Ее применение позволит оптимизировать энергетические затраты на производство качественных древесных топливных гранул.

2. Анализ полученной математической модели процесса прессования показывает, что на качественные показатели гранул существенное влияние оказывают следующие физические параметры древесной шихты из термомодифицированной древесной коры:  $\alpha_0$  – угол естественного откоса исходной шихты;  $a$  и  $b$  – коэффициенты уравнения уплотняемости исходной шихты;

$E_{ш}$  – модуль упругости шихты, спрессованной до давления  $p_{пр}$ . Указанные параметры подлежат дополнительному изучению в процессе дальнейших исследований исходного древесного сырья.

3. Наибольшее влияние на основные параметры работы пресс-гранулятора оказывает давление формования и проталкивания через фильеру матрицы ( $p_{пр}$ ) гранулы из древесной коры. Величина давления проталкивания  $p_{пр}$  зависит от показателей физико-механических свойств шихты, спрессованной из древесной коры, геометрических размеров формы входа в фильеру матрицы и длины фильеры.

4. Для подтверждения корректности разработанной математической модели необходимы дальнейшие экспериментальные исследования процесса прессования гранул из термомодифицированной березовой коры с определением давления их проталкивания через цилиндрическую фильеру.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булатов А.С. Разработка процесса прессового гранулирования мелкодисперсных сред на примере минеральных порошков и древесных отходов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2012. 15 с.
2. Ильюшенко Д.А. Разработка технологии производства брикетов из отходов окорки: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2012. 19 с.
3. Коршаков А.В. Обоснование технологии производства древесных брикетов на прессовом оборудовании ударного типа: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2011. 20 с.
4. Левин А.Б. Биоэнергетика – важнейшее средство повышения энергоэффективности лесного комплекса России // Вестн. МГУЛ – Лесн. вестн. 2012. № 8(91). С. 160–165.
5. Модин Н.А., Ерошкин А.Н. Брикетирование измельченной древесины и древесной коры. М.: Лесн. пром-сть, 1971. 112 с.
6. Мюллер О.Д., Мелехов В.И., Любов В.К., Герасимчук Д.Л., Попов А.Н. Влияние технологических параметров прессования на относительную плотность топливных древесных гранул // Лесн. журн. 2013. № 1. С. 116–121. (Изв. высш. учеб. заведений).
7. Мюллер О.Д., Мелехов В.И., Любов В.К., Тюрикова Т.В. Математическая модель процесса формирования древесных гранул // Лесн. журн. 2015. № 2(344). С. 104–122. (Изв. высш. учеб. заведений).
8. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1982. 264 с.
9. Чуваева А.И., Божко И.В. Использование биотоплива с точки зрения утилизации отходов лесопильного производства // Акт. пробл. лесн. комплекса. 2007. № 18. С. 156–159.
10. Ciolkosz D., Wallace R. A Review of Torrefaction for Bioenergy Feedstock Production // Biofuels, Bioproducts, and Biorefining. 2011. No. 5(3). Pp. 317–329. doi:10.1002/bbb.275.



11. Holm J.K., Henriksen U.B., Hustad J.E., and Sorensen L.H. Toward an Understanding of Controlling Parameters in Softwood and Hardwood Pellets Production // *Energy and Fuels*. 2006. No. 20(6). Pp. 2686–2694.
12. Kaliyan N., Vance Morey R. Factors Affecting Strength and Durability of Densified Biomass Products // *Biomass and Bioenergy*. 2009. No. 33(3). Pp. 337–359.
13. Krizan P., Matus M., Beniak J., Kovacova M. Stabilization Time as an Important Parameter after Densification of Solid Biofuels // *Acta Polytechnica*. 2014. No. 54(1). Pp. 35–41. doi: 10.14311/AP.2014.54.0035.
14. Krizan P., Matus M., Soos L., Kers J., Peetsalu P., Kask Ü., Menind A. Briquetting of Municipal Solid Waste by Different Technologies in Order to Evaluate Its Quality and Properties // *Agronomy Research*. 2011. No. 9(1). Pp. 115–123.
15. Krizan P., Soos L., Vukelic Dj. Counter Pressure Effecting on Compacted Briquette in Pressing Chamber // *Journal of Production Engineering*. 2009. Vol. 12. No. 1. Pp. 63–66.
16. Rhen C., Ohman M., Gref R., Wasterlund I. Effect of Raw Material Composition in Woody Biomass Pellets on Combustion Characteristics // *Biomass and Bioenergy*. 2007. No. 31. Pp. 66–72.

Поступила 23.12.16

UDC 674.08

DOI: 10.17238/issn0536-1036.2017.2.130

#### **Mathematical Model of the Pressing Process of Thermally-Modified Tree Bark in the Drum-Type Press-Granulators**

*O.D. Myuller, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor*

*V.I. Melekhov, Doctor of Engineering Sciences, Professor*

*N.G. Ponomareva, Postgraduate Student*

*T.V. Tyurikova, Master*

*M.O. Khrustaleva, Engineer*

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Naberezhnaya Severnoy Dviny, 17, Arkhangelsk, 163002, Russian Federation; e-mail: ockar@mail.ru, n.ponomareva@narfu.ru

The involving tendency of wood waste as an environmentally friendly fuel in heat and power balance, emerging in the world and domestic practices, is becoming increasingly important. The timber industry enterprises produce large amounts of waste wood, 10...15 % of which is the tree bark. The most promising method of the use of this renewable energy resource is the wood pellets production. The process of pellets obtaining from stem wood is well developed, but their production from bark involves some technical difficulties (dehydration and bark disintegration, ground bark pressing through the cylindrical matrix nozzles of the roll-type press-granulators). The initial heat treatment of bark (thermal modification)

---

*For citation:* Myuller O.D., Melekhov V.I., Ponomareva N.G., Tyurikova T.V., Khrustaleva M.O. Mathematical Model of the Pressing Process of Thermally-Modified Tree Bark in the Drum-Type Press-Granulators. *Lesnoy zhurnal* [Forestry journal], 2017, no. 2, pp.130–148. DOI: 10.17238/issn0536-1036.2017.2.130

solves the problems of its dehydration and mechanical disintegration to the constant consistency for further granulation. The theoretically grounded mathematical model describing the pressing process of disintegrating wood in the roll-type press-granulators with a cylindrical matrix, which could optimize the design and technical and energy pressing parameters, is not developed in the world and national literature. The goal of research is to develop a mathematical model of the pressing process of thermally-modified tree bark, which would allow determining the connection of design parameters of a pressing component and the required qualities of wood pellets with the energy consumption in the roll-type press-granulators with a cylindrical matrix. The technological pressing process from bark in the convergent film between the inner perforated cylindrical surface of a matrix and the outer cylindrical surface of a pressing roller is considered; the physical processes in the areas of pellet forming and ejecting from a nozzle are analyzed. We obtained a reasonable mathematical model of the charge pressing process from bark through a cylindrical matrix as well as the dependencies connecting the energy expended to drive the press-granulator with the design parameters of a pressing component and the charge physical and technological parameters from bark.

*Keywords:* thermally-modified tree bark, press-granulator, matrix, nozzle, granule, compacting pressure, mathematical pressing model.

#### REFERENCES

1. Bulatov A.S. *Razrabotka protsessa pressovogo granulirovaniya melkodispersnykh sred na primere mineral'nykh poroshkov i drevesnykh otkhodov*: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [The Process Development of Press Granulation of Fine Media by the Example of Mineral Powders and Wood Waste: Cand. Eng. Sci. Diss. Abs.]. Moscow, 2012. 15 p.
2. Il'yushenko D.A. *Razrabotka tekhnologii proizvodstva briketov iz otkhodov okorki*: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [The Development of Briquettes Production Technology from Bark Residue: Cand. Eng. Sci. Diss. Abs.]. Saint Petersburg, 2012. 19 p.
3. Korshak A.V. *Obosnovanie tekhnologii proizvodstva drevesnykh briketov na pressovom oborudovanii udarnogo tipa*: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Substantiation of Wood Briquettes Production Technology at the Impact Pressure Equipment: Cand. Eng. Sci. Diss. Abs.]. Saint Petersburg, 2011. 20 p.
4. Levin A.B. Bioenergetika – vazhneyshee sredstvo povysheniya energoeffektivnosti lesnogo kompleksa Rossii [Bioenergy - Important Means of Increasing Energy Efficiency of Forest Complex of Russia]. *Lesnoy vestnik* [Forestry Bulletin], 2012, no. 8(91), pp. 160–165.
5. Modin N.A., Eroshkin A.N. *Briketirovanie izmel'chennoy drevesiny i drevesnoy kory* [Briquetting of Chopped Wood and Bark]. Moscow, 1971. 112 p.
6. Myuller O.D., Melekhov V.I., Lyubov V.K., Gerasimchuk D.L., Popov A.N. *Vliyaniye tekhnologicheskikh parametrov pressovaniya na odnositel'nuyu plotnost' toplivnykh drevesnykh granul* [Dependence of Compacting Technological Parameters on Relative Density of Wood Fuel Pellets]. *Lesnoy zhurnal* [Forestry journal], 2013, no. 1, pp. 116–121.
7. Myuller O.D., Melekhov V.I., Lyubov V.K., Tyurikova T.V. *Matematicheskaya model' protsessa formirovaniya drevesnykh granul* [Mathematical Model of Wood Granules Formation]. *Lesnoy zhurnal* [Forestry journal], 2015, no. 2, pp. 104–122.
8. Samul' V.I. *Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti* [Fundamentals of the Theory of Elasticity and Plasticity]. Moscow, 1982. 264 p.

9. Chuvaeva A.I., Bozhko I.V. Ispol'zovanie biotopliva s toчки zreniya utilizatsii otkhodov lesopil'nogo proizvodstva [The Use of Biofuels in Terms of Sawmill Residues Utilization]. *Aktual'nye problemy lesnogo kompleksa*, 2007, no. 18, pp. 156–159.
10. Ciolkosz D., Wallace R. A Review of Torrefaction for Bioenergy Feedstock Production. *Biofuels, Bioproducts, and Biorefining*, 2011, no. 5(3), pp. 317–329. doi:10.1002/bbb.275.
11. Holm J.K., Henriksen U.B., Hustad J.E., and Sorensen L.H. Toward an Understanding of Controlling Parameters in Softwood and Hardwood Pellets Production. *Energy and Fuels*, 2006, 20(6), pp. 2686–2694.
12. Kaliyan N., Vance Morey R. Factors Affecting Strength and Durability of Densified Biomass Products. *Biomass and Bioenergy*, 2009, no. 33(3), pp. 337–359.
13. Krizan P., Matus M., Beniak J., Kovacova M. Stabilization Time as an Important Parameter after Densification of Solid Biofuels. *Acta Polytechnica*, 2014, no. 54(1), pp. 35–41. doi: 10.14311/AP.2014.54.0035.
14. Krizan P., Matus M., Soos L., Kers J., Peetsalu P., Kask Ü., Menind A. Briquetting of Municipal Solid Waste by Different Technologies in Order to Evaluate Its Quality and Properties. *Agronomy Research*, 2011, no. 9(1), pp. 115–123.
15. Krizan P., Soos L., Vukelic Dj. Counter Pressure Effecting on Compacted Briquette in Pressing Chamber. *Journal of Production Engineering*, 2009, vol. 12, no. 1, pp. 63–66.
16. Rhen C., Ohman M., Gref R., Wasterlund I. Effect of Raw Material Composition in Woody Biomass Pellets on Combustion Characteristics. *Biomass and Bioenergy*, 2007, no. 31, pp. 66–72.

Received on December 23, 2016