

УДК 676.2.017

Н.В. Коряковская, В.К. Попов

Коряковская Наталья Владимировна родилась в 1968 г., окончила в 1991 г. Ленинградский технологический институт, кандидат технических наук, заведующая кафедрой автоматизации технологических процессов и производств Архангельского государственного технического университета, академик Метрологической академии РФ. Имеет более 20 печатных трудов в области исследования оптических свойств бумажного полотна.



Попов Виктор Константинович родился в 1940 г., окончил в 1963 г. Архангельский лесотехнический институт, доцент кафедры автоматизации технологических процессов и производств Архангельского государственного технического университета, чл.-кор. Метрологической академии РФ. Имеет более 20 печатных трудов в области метрологии и технологических измерений.



ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФРАКТАЛОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ БУМАЖНОГО ПОЛОТНА

Установлено, что фрактальную размерность можно использовать в качестве оценки неоднородности просвета бумаги.

Ключевые слова: теория фракталов, неоднородность бумажного полотна, фрактальная размерность.

Бумага, как физический объект, представляет собой набор макроскопических частиц, образующих сложную полидисперсную систему, между соседними волокнами которой существует жесткая связь, а сам объект имеет неоднородную и неупорядоченную структуру. Подобное строение бумаги обуславливает колебания ее физических свойств: механической прочности, поверхностной плотности, влажности, воздухопроницаемости и др.

Факторов, влияющих на структуру расположения волокон в бумаге, достаточно много. Перечислим лишь некоторые из них: композиция бумажной массы, степень размола, вибрация сеточного стола, концентрация массы, соотношение между скоростями массы и сетки, режим обезвоживания и др.

Просвет бумаги, или облачность, обычно определяют оптическим методом, который основан на измерении и анализе светового потока, прошедшего через лист бумаги. Применение системы технического зрения (СТЗ) для контроля оптических свойств бумажного полотна позволяет анализировать пространственную картину структурной неоднородности, что увеличивает как объем, так и скорость получения информации. ЭВМ, входящая в состав СТЗ, позволяет применять различные методы обработки и

анализа изображений, а также получать модели-эталонные исследуемых образцов [2].

В работе [1] авторы использовали лазерную установку для непрерывного контроля просвета и применили следующий критерий выбора ширины светового пучка: «Ширина просвечивающего пучка должна быть не более половины минимального размера неоднородности, которую мы хотим обнаружить. Ширину пучка не следует брать слишком малой, чтобы не интересующие нас мелкие неоднородности сгладились».

В работе [4] в качестве технических средств использовали телевизионную систему анализа изображений. Предложено оценивать зернистость структуры по удельному периметру флокул, который определяют как отношение общего периметра флокул на рассматриваемом участке образца к площади исследуемой поверхности. Уменьшение удельного периметра при возрастании площади вводимого изображения авторы объясняют следующим образом: «При отдалении объекта от камеры мелкие детали на изображении сглаживаются, что приводит к уменьшению удельного периметра флокул».

Это утверждение можно ассоциировать с измерениями периметра береговой линии, зарегистрированной фотокамерой на различных высотах. Наблюдаемая картина одна и та же, а периметр зависит от масштаба изображения.

В связи с вышесказанным очевидно, что для создания метрологического обеспечения оптических методов контроля неоднородности просвета бумаги необходимо определиться с выбором разрешающей способности применяемых оптических устройств, обеспечивающей достоверность и информативность результатов измерений.

Систематическое изучение объектов такой необычной группы было начато французским математиком Бенуа Мандельбротом. В 1975 г. он ввел термин «фрактал» – масштабно-инвариантное множество, обладающее дробной размерностью Хаусдорфа–Безиковича [3].

Цель данной работы – на основе экспериментальных данных, а также расчетов, проведенных на моделях-эталонах, обосновать фрактальные свойства бумаги.

Фрактальную размерность Хаусдорфа–Безиковича d_f определяют по следующей формуле [3]:

$$d_f = \ln N(r) / \ln(1/r), \quad (1)$$

где $N(r)$ – число прямолинейных отрезков, аппроксимирующих данную кривую или число квадратов, аппроксимирующих площадь поверхности;

r – длина прямолинейного отрезка или размер стороны квадрата.

В качестве модели-эталона структурной неоднородности можно использовать решеточную структуру типа «шахматная доска» [2]. Определим фрактальные размерности данной модели в зависимости от числа клеток на единичной площади.

Возьмем квадрат единичной площади (квадрат нулевой итерации) и, разделив его на равные квадраты со стороной r , получим $N_1(r) = r^{-2}$ квадратов, подобных исходному, но имеющих сторону в $1/r$ раз меньше исходной (на рис. 1 приведен пример для $r = 1/4$).

Сформируем образующую первой итерации самоподобного фрактала, выкидывая из исходного квадрата $N_2(r)$ квадратов таким образом, чтобы получить структуру типа «шахматная доска» (рис. 2).

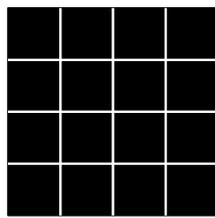


Рис. 1. Квадрат нулевой итерации, $r = 1/4$

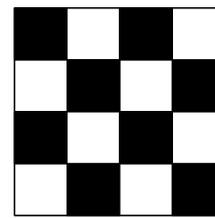


Рис. 2. Образующая самоподобного фрактала $N(r) = 8$

Число копий исходного квадрата в образующей первой итерации

$$N(r) = N_1(r) - N_2(r).$$

Фрактальную размерность получаемого множества определим по формуле (1). Для случая, приведенного на рис. 1:

$$d_f = \ln 8 / \ln 4 = 1,500.$$

Аналогично получим фрактальные размерности для других значений r , которые приведены во второй строке табл. 1.

Из данных табл. 1 можно сделать вывод, что чем меньше размер клетки «шахматной доски», тем больше фрактальная размерность модели.

По результатам расчетов получена линейная зависимость, связывающая размер клетки r и фрактальную размерность объекта d_f . Аппроксимация данной зависимости дает следующую формулу:

$$d_f = -2r + 2. \quad (2)$$

Проведем анализ зависимости (2). При $r \rightarrow 0$ и $d_f \rightarrow 2$ «шахматная доска» преобразуется в сплошной квадрат, а фрактальная размерность становится равной топологической размерности квадрата, т. е. 2.

Для исследования закономерностей изменения результатов измерения просвета от площади вводимого изображения S был проведен эксперимент на писчей бумаге. В качестве средства измерения использовали СТЗ. На выходе измерительного канала были получены численные значения следующих показателей неоднородности: удельный периметр [4], средний линейный размер неоднородности [2], коэффициент формы [2]. Относительная погрешность измерений при доверительной вероятности 95 % не превышала 4 % для всех показателей.

Поясним физический смысл используемых оценок просвета:
удельный периметр P_y косвенно характеризует размер флокул;
средний линейный размер неоднородности L несет информацию о флокулах и порах, поэтому измерения обычно проводят как в продольном L_1 , так и в поперечном L_2 направлениях;

коэффициент формы a характеризует средний размер флокул.

Результаты измерений оптической неоднородности бумаги приведены в табл. 2. Здесь же представлены значения $N(r)$, определяющие среднее число флокул на изображении:

$$N(r) = S/(2a^2).$$

Таблица 1

Расчет по формуле	Фрактальная размерность d_f при различных значениях r					
	1/8	1/6	1/5	1/4	1/3	1/2
(1)	1,666	1,614	1,594	1,500	1,463	1,000
(2)	1,750	1,668	1,600	1,500	1,340	1,000

Таблица 2

Площадь вводимого изображения S , мм ²	Коэффициент формы a , мм	Удельный периметр P_y , мм ⁻¹	Средний размер неоднородности, мм		Среднее число флокул на изображении $N(r)$
			L_1	L_2	
8000	10,7	0,174	26,0	18,0	35,0
5376	8,6	0,202	21,5	16,0	36,3
3640	7,1	0,250	19,0	12,8	36,4
1976	5,4	0,330	12,7	10,6	34,0
300	2,1	0,860	5,2	3,6	34,0

На основании эксперимента можно сделать следующие выводы.

1. Результаты измерений имеют явно выраженную зависимость от площади вводимого изображения, а именно: чем меньше площадь, тем меньше средний размер неоднородностей.

2. Подтверждены данные работы [4] о характере изменения удельного периметра.

3. При изменении разрешающей способности ТВ-камеры сохраняется информация об анизотропии флокул в продольном направлении ($L_1 > L_2$).

4. Значения среднего числа флокул на изображении свидетельствуют о том, что в данном диапазоне масштабов ТВ-камера «видит» одну и ту же картину, т. е. имеет место масштабная инвариантность. По среднему значению $N(r) = 35$, а также на основании того, что флокулы занимают половину общей площади листа, пользуясь выражением (1), можно оценить фрактальную размерность исследуемого образца:

$$d_f = \ln 35 / \ln 70 = 1,673.$$

5. Фрактальная размерность в отличие от других показателей просвета остается постоянной независимо от разрешающей способности оптических систем.

6. Очевидно, что чем однороднее структура бумаги, тем ближе значение d_f к 2.

В связи с вышесказанным фрактальную размерность можно использовать в качестве оценки неоднородности просвета бумаги. Кроме того, при разработке технического и метрологического обеспечения СТЗ можно обосновать выбор оптимального числа ТВ-камер по ширине полотна для получения достоверной информации о неоднородности структуры различных видов бумаг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бойков, С.П.* Бумага. Неоднородность просвета. Номенклатура показателей: отраслевой стандарт [Текст] / С. П. Бойков [и др.]. – Л.: ЛТА, 1987. – С. 43.
2. *Коряковская, Н.В.* Разработка моделей-эталонных структурной неоднородности бумажного полотна [Текст] / Н.В. Коряковская // Лесн. журн.– 1999. – № 2-3. – С.175 – 179. – (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Методы классической и современной теории автоматического управления Т. 3: Методы современной теории автоматического управления [Текст] / Под ред. Н.Д. Егунова. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2000. – 748 с.
4. *Jordan, B.D.* Specific perimeter – a graininess parameter for formation and printmottl textures [Text] / B.D. Jordan, N.G. Nquen // Papperija Puu-Papper och Tra. – 1986. – N 6-7. – P. 239–254.

8

Поступила 28.06.06

Архангельский государственный
технический университет

N.V. Koryakovskaya, V.K. Popov

Use of Fractal Theory for Assessment of Structural Irregularity of Paper Web

It is established that fractal dimension could be used as assessment of irregularity in paper formation.

