

УДК 674.048:517.95

Ю.А. Варфоломеев, Л.А. Баданина

Варфоломеев Юрий Александрович родился в 1953 г., окончил в 1975 г. Архангельский лесотехнический институт, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой инженерных конструкций и архитектуры Архангельского государственного технического университета, заслуженный деятель науки РФ. Имеет около 300 научных трудов в области обеспечения долговечности древесины в строительстве экологически безопасными методами.



Баданина Лариса Александровна родилась в 1968 г., окончила в 1991 г. Ленинградский государственный университет, старший преподаватель кафедры высшей математики Архангельского государственного технического университета. Имеет 6 печатных работ в области математического моделирования процесса консервации древесины.



РАСЧЕТ ПРОНИЦАЕМОСТИ ДРЕВЕСИНЫ ЗАЩИТНЫМИ ПРЕПАРАТАМИ ПРИ ИЗБЫТОЧНОМ ДАВЛЕНИИ

Разработан удобный для использования в инженерной практике метод вычисления коэффициента проницаемости древесины защитными препаратами. Получена зависимость глубины пропитки изделий защитными препаратами от продолжительности приложения избыточного давления.

Ключевые слова: пропитка, давление жидкости, коэффициент сжимаемости жидкости, коэффициенты пористости, пластичности, фильтрации древесины.

Для повышения долговечности древесины ее пропитывают огнебиозащитными препаратами. Наиболее рационально использовать пропитку в автоклавах под давлением. При выборе технологических режимов консервирования древесины необходимо определить глубину пропитки, уровень концентрации раствора в древесине и др. Обычно это производится на основании экспериментальных данных. Однако испытания в лабораторных и производственных условиях являются длительными и дорогостоящими.

Цель настоящего исследования – разработать математическую модель процесса пропитки древесины при избыточном давлении, позволяющую достоверно прогнозировать и оптимизировать технологические параметры защитной обработки крупноразмерных строительных конструкций и элементов.

Ранее [1] разработан метод расчета процесса фильтрации жидкости в древесине, являющейся пористым телом. В основу этого расчета положено уравнение:

$$k_{\phi} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial P(x, t) \mu(x, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

где k_{ϕ} – коэффициент фильтрации древесины;

$P(x, t)$ – давление жидкости, в момент времени t на расстоянии x от поверхности пропитываемого изделия;

$\rho(x, t)$ – плотность жидкости;

$\mu(x, t)$ – коэффициент пористости древесины.

При постановке задачи исходили из следующих условий: давление жидкости на границе постоянное, равно $P_{\text{вн}}$; оставшийся внутри древесины воздух свободно выходит с противоположной стороны образца, при этом давления жидкости и воздуха на границе $\xi(t)$ равны атмосферному давлению P_0 ; в начальный момент времени глубина пропитки равна нулю, $\xi(0) = 0$; жидкость несжимаема, ее плотность постоянна, $\rho(x, t) = \rho_0$; пористость древесины при увеличении внутреннего давления изменяется по линейному закону:

$$\mu(x, t) = \mu_0 + \beta_{\text{пл}}(P(x, t) - P_0). \quad (2)$$

Здесь μ_0 – коэффициент пористости при атмосферном давлении;

$\beta_{\text{пл}}$ – коэффициент пластичности, имеющий малые значения,

$$\text{для еловой древесины } \beta_{\text{пл}} = 1,51 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{Па}}.$$

В этих обозначениях задача фильтрации жидкости в древесине сформулирована в работе [1].

Решить уравнение

$$\frac{k_{\phi}}{\rho_0 \beta_{\text{пл}}} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} \quad (3)$$

при следующих условиях:

$$P(0, t) = P_{\text{вк}}, \quad t > 0; \quad (4)$$

$$P(\xi(t), t) = P_0, \quad t > 0, \quad 0 < \xi(t) \leq a; \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \right|_{x=\xi(t)} = -\frac{\mu_0 \rho_0}{k_{\phi}} \frac{d\xi}{dt}; \quad (6)$$

$$\xi(0) = 0. \quad (7)$$

Здесь ρ_0 – плотность жидкости.

Решения задачи (3)–(7) имеют следующий вид:

$$\xi(t) = b\sqrt{t}; \quad (8)$$

$$P(x, t) = P_{\text{вк}} - \frac{\mu_0 b}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_0}{k_{\phi} \beta_{\text{пл}}}} \exp\left(\frac{b^2 \rho_0 \beta_{\text{пл}}}{4k_{\phi}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{\rho_0 \beta_{\text{пл}}}{k_{\phi} t}}\right), \quad (9)$$

где b – постоянное число, которое находится из уравнения

$$b \exp\left(\frac{b^2 \rho_0 \beta_{\text{ис}}}{4k_\delta}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{b}{2} \sqrt{\frac{\rho_0 \beta_{\text{ис}}}{k_\delta}}\right) = \frac{2(P_{\text{ат}} - P_0)}{\mu_0} \sqrt{\frac{k_\delta \beta_{\text{ис}}}{\pi \rho_0}}, \quad (10)$$

содержащего «функцию ошибок»

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Теоретические исследования влагопроницаемости древесины приведены во многих работах. Похожая задача (3–7) была поставлена П.С. Сергеевым [5]. Автором указано, что задача не имеет аналитического решения, численное решение в работе [5] не приведено. Кроме того, в его постановке задачи отсутствует условие (6), без которого решение получается не единственным.

Н.А. Оснач [4] определил зависимость $\xi(t) \sim \sqrt{t}$, похожую на соотношение (8). Недостатком этой работы является то, что в ней нечетко сформулирована задача. Используя закон Дарси, автор вынужден был «для совпадения формулы с результатами эксперимента» [4] перейти от уравнения

фильтрации к эмпирическому уравнению $\frac{\Delta P}{\Delta l} = \frac{a}{x}$.

Наиболее корректной, по нашему мнению, является работа Р. Коллинза [3], в которой решено следующее уравнение фильтрации:

$$\frac{k_\delta}{\rho_0 \beta_{\text{сж}}} \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial P(x, t)}{\partial t}, \quad (11)$$

где $\beta_{\text{сж}}$ – коэффициент сжимаемости жидкости.

Заметим, что уравнения (11) и (3) очень похожи. Однако Р. Коллинз, в отличие от нас, исходил из условий, что жидкость – слабосжимаема, пористость древесины – постоянна. Для слабосжимаемых жидкостей зависимость плотности от давления имеет следующий вид:

$$\rho(x, t) = \rho_0 + \beta_{\text{сж}}(P(x, t) - P_0). \quad (12)$$

Здесь коэффициент сжимаемости жидкости $\beta_{\text{сж}}$ – малая величина. Коэффициент пластичности древесины в уравнении (3) – также малая величина. Следовательно, в работе [3] принято возможным пренебречь малыми изменениями пористости древесины, а в [1] – сжимаемостью жидкости.

Решение уравнения (3) нами получено как для постоянных условий (4) – (7), так и для произвольных. Но само решение является очень сложным и громоздким, поэтому применить его в практических условиях затруднительно. На основании анализа теоретических и экспериментальных данных считаем, что можно пренебречь в инженерных расчетах обеими малыми величинами: коэффициентами пластичности древесины и сжимаемости жидкости.

В связи с этим задачу фильтрации слабо сжимаемой жидкости в таком малоэластичном материале, как древесина, можно сформулировать следующим образом:

при условиях (4) – (7) решить уравнение

$$\frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} = 0. \quad (13)$$

Решение задачи (13), (4) – (7) значительно проще, чем задачи (3) – (7).

Общим решением уравнения (13) является линейная функция по переменной x :

$$P(x, t) = C_1(t)x + C_2(t). \quad (14)$$

Из условий (4), (5) находим произвольные постоянные

$$C_2(t) = P_{\text{вн}}; \quad \tilde{N}_1(t) = \frac{P_0 - P_{\text{аф}}}{\xi(t)}. \quad (15)$$

Используя условие (6), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{P_0 - P_{\text{аф}}}{\xi(t)} = -\frac{\mu_0 \rho_0}{k_\delta} \frac{d\xi(t)}{dt}, \quad (16)$$

решение которого с учетом начального условия (7) имеет вид

$$\xi(t) = \sqrt{\frac{2k_\delta}{\mu_0 \rho_0} (P_{\text{аф}} - P_0) t}. \quad (17)$$

После подстановки (15), (17) в выражение (14) получаем второе решение задачи (13), (4)–(7):

$$P(x, t) = P_{\text{аф}} - x \sqrt{\frac{P_{\text{аф}} - P_0}{2k_\delta t} \mu_0 \rho_0}. \quad (18)$$

Таким образом получены зависимости глубины проникновения жидкости $\xi(t)$ от времени (17) и давления $P(x, t)$ от глубины и времени (18).

Проведем сравнительный анализ решений (8) и (17) при следующих значениях постоянных величин [6]: $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$; $\mu_0 = 0,6$; для заболони ели $k_\delta = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ г/(см} \cdot \text{мин} \cdot \text{МПа)}$, $\beta_{\text{пл}} = 1,51 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{Па}}$. Избыточное давление

жидкости и начальное давление воздуха внутри изделия приняты постоянными: $P_{\text{вн}} = 1,2 \text{ МПа}$, $P_0 = 0,1 \text{ МПа}$. Результаты приведены на рис. 1, из которого видно, что решения (17) и (8) практически совпадают.

Рис. 1. Зависимость глубины пропитки x от времени t при коэффициенте пластичности древесины $\beta_{\text{пл}} = 1,51 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{Па}}$ (1, 2 – соответственно графики решений (17) и (8))

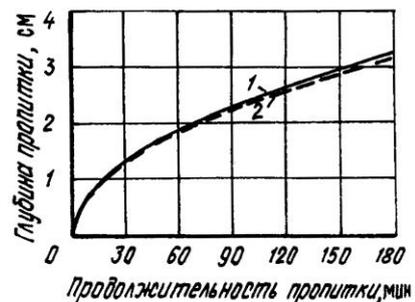
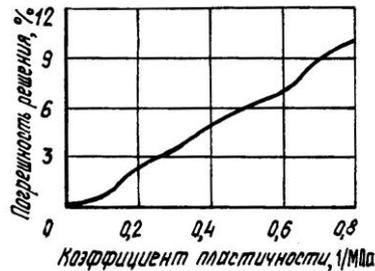


Рис. 2. Погрешность решения (17) относительно решения (8) при изменении коэффициента пластичности



Причем, если коэффициент пластичности не более $0,5 \frac{1}{\text{МПа}}$, то относительная погрешность не превышает 6 % (рис. 2).

По экспериментальным данным Б.Н. Уголева [6] наименьший модуль упругости при растяжении в радиальном направлении ($0,54 \cdot 10^3$ МПа) имеет древесина сосны, что соответствует наибольшему коэффициенту пластичности ($1,85 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{МПа}}$).

Таким образом, задачу фильтрации жидкости в древесине можно формулировать в более простом виде (13), (4) – (7). Это достаточно точное и несложное решение приемлемо для использования в инженерной практике. В решении (17) отчетливо видно влияние постоянных параметров k_f , μ_0 , ρ_0 , $P_{вн}$, P_0 на процесс пропитки. Например, древесина, имеющая больший коэффициент фильтрации, пропитывается быстрее.

Полученное решение можно применять для исследования фильтрационных свойств капиллярно-пористых материалов, имеющих коэффициент пластичности менее $0,5 \frac{1}{\text{МПа}}$.

На основании соотношения (17) можно получить зависимость коэффициента фильтрации от времени и глубины проникновения жидкости. Поскольку коэффициент фильтрации в лабораторных условиях определяют по закону Дарси только при наступлении стационарного режима, то испытания древесины на проницаемость жидкостями занимают много времени. Имея соотношение (17), можно определять коэффициент фильтрации, не дожидаясь стационарного процесса.

Проблемы возникают и с определением коэффициента пористости. Для движения жидкости в древесине под давлением необходима влагонепроницаемая система. Одни исследователи [2] считают, что жидкость движется по капиллярам [4], другие – что она проникает преимущественно по сердцевинным лучам, а поры, к которым эти лучи не идут, ее практически не пропускают. В любом случае при исследовании фильтрационных процессов необходимо знать коэффициент пористости, который характеризует так называемое активное сечение. Но даже одна и та же порода древесины, произрастающая на разных почвах, может различаться по плотности, содержанию

на возможность перемещения воды, от чего напрямую зависит коэффициент пористости.

Целесообразно объединить коэффициенты фильтрации и пористости древесины. В условия задачи (13), (4) – (7) эти коэффициенты и плотность жидкости входят в совокупности. Поэтому нами предложено ввести обобщенный коэффициент проницаемости древесины в виде соотношения

$$k = \frac{k_0}{\mu_0 \rho_0} .$$
 Обобщенный коэффициент проницаемости характеризует филь-

трационные свойства древесины в целом и зависит от свойств жидкости, которой пропитывается древесина, количества сообщающихся пор и т.д. При необходимости в него можно включить и коэффициент вязкости жидкости. Если использовать при расчетах обобщенный коэффициент, часть проблем трудоемкой методики Е.В. Харук [7] разрешится.

Предложенное в настоящей работе допустимое пренебрежение в расчетах малыми значениями коэффициентов сжимаемости пропиточной жидкости и пластичности древесины существенно упрощает решение задачи фильтрации не только при постоянных краевых условиях. Круг точно решаемых задач фильтрации жидкости в таком пористом природном материале, как древесина, расширяется.

Выводы

1. Предложено использовать обобщенный коэффициент проницаемости древесины, который характеризует фильтрационные свойства как древесины, так пропиточного раствора.

2. На основании анализа теоретических и экспериментальных данных разработан метод вычисления коэффициента проницаемости древесины жидкостями, удобный для использования в инженерной практике.

3. На основании пренебрежения в расчетах малыми значениями коэффициентов сжимаемости пропиточной жидкости и пластичности древесины получена зависимость глубины пропитки изделий защитными препаратами от продолжительности приложения избыточного давления, которую можно использовать при разработке технологических режимов автоклавной пропитки крупногабаритных изделий из древесины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варфоломеев Ю.А., Баданина Л.А., Агапов Д.В. Решение краевой задачи Стефана для уравнения фильтрации жидкости в древесине // Межвуз. сб. науч. тр. / ПГУ. – 2000. – Вып.3: Вестник математического факультета. – С. 16–21.

2. Ермолин В.Н. Модель древесины как объекта пропитки // Лесн. журн. – 1997. – №3. – С. 75–79. – (Изв. высш. учеб. заведений).

3. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. – М.: Мир, 1964. – 350 с.

4. Оснач Н.А. Проницаемость и проводимость древесины. – М.: Лесн. пром-сть, 1964. – 184 с.

5. Серговский П.С., Расев А.И. Гидродинамическая обработка и консервирование древесины. – М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 359 с.
6. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Лесн. пром-сть, 1986. – 366 с.
7. Харук Е.В. Проницаемость древесины некоторых хвойных пород.– Красноярск: Красноярское книжное изд-во, 1969. – 94 с.

Архангельский государственный
технический университет

Поступила 06.03.03

Yu.A. Varfolomeev, L.A. Badanina

Calculation of Permeability by Protective Agents under Excessive Pressure

A method accessible for use in the engineering practice has been developed for calculating wood permeability by protective agents. Dependence of the depth of items impregnation by protective agents on the duration of application of excessive pressure has been obtained.

