

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ОБМЕН ОПЫТОМ

УДК 674.048.3

Л.А. Баданина, Е.Ю. Варфоломеева

Баданина Лариса Александровна родилась в 1968 г., окончила в 1991 г. Ленинградский государственный университет, старший преподаватель кафедры высшей математики Архангельского государственного технического университета. Имеет 4 печатные работы в области математического моделирования процесса консервации древесины.



Варфоломеева Елена Юрьевна родилась в 1976 г., окончила в 1998 г. Архангельский государственный технический университет, младший научный сотрудник, аспирант кафедры лесопильно-строгальных производств. Имеет 8 печатных работ по проблемам защиты лесопроизводства от биопоражения с учетом экологических требований разных стран.



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОПОРАЖЕНИЯ АНТИСЕПТИРОВАННЫХ ДРЕВЕСНЫХ ОБРАЗЦОВ ПРИ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

По результатам микологических лабораторных испытаний антисептических препаратов разработана математическая модель биологического поражения древесных образцов, позволяющая оптимизировать рецептуру трехкомпонентных антисептиков.

древесина, антисептик, испытания, оптимизация, пропитка.

В целях снижения экологической опасности антисептиков для защиты древесины от гниения в последние годы разработаны препараты на основе нескольких малотоксичных компонентов, которые при совместном воздействии на грибы проявляют синергический эффект.

Обычно рецептуру новых многокомпонентных антисептиков подбирают по результатам лабораторных микологических испытаний по методике, предложенной лабораторией защиты древесины ЦНИИМОД.* Опыты

* Чащина Л.М., Поромова Т.М. Методика испытаний защитных средств против деревоокрашивающих и плесневых грибов // Сушка и защита древесины: Науч.тр. / ЦНИИМОД. – 1985. – С. 120–127.

проводили на образцах из заболонной сосновой древесины плотностью 0,48 ... 0,52 г/см³ и влажностью 80 ... 120 %. Образцы имели сечение 5 × 15 мм и длину вдоль волокон 180 мм. При испытаниях каждая серия состояла из 10 образцов. Для контроля в аналогичных условиях исследовали образцы, не пропитанные защитными препаратами.

В процессе эксперимента образцы сначала погружали в водный раствор исследуемых многокомпонентных антисептиков. Время выдержки 30 с. После подсушивания до исчезновения капельной влаги пропитанные образцы инфицировали суспензией спор чистых культур плесневых (4 вида) и деревоокрашивающих (4 вида) грибов, наиболее распространенных на территории России. Инфицированные образцы выдерживали 50 сут в эксикаторе с плотно закрытой крышкой при температуре (22 ± 1) °С. Через каждые 10 сут образцы осматривали и оценивали обрастание их поверхности грибами. Обрастание выражали в процентах от общей площади образца.

Цель работы – разработать математическую модель для оптимизации рецептуры трехкомпонентных антисептиков с использованием микологических испытаний деревянных сортиментов в лабораторных условиях.

Рассмотрим результаты испытаний семи серий образцов, обработанных трехкомпонентным антисептиком. Образцы были испытаны в лаборатории защиты древесины ЦНИИМОД при одинаковых условиях и различались только процентным соотношением компонентов (K_1 , K_2 , K_3) в рецептуре. Допустимое содержание компонентов K_1 , K_2 и K_3 соответственно равно 76...78, 11...13 и 9 ... 17 %.

В процессе испытаний измеряли два параметра: продолжительность выдержки в биологически агрессивной среде и процент поражения грибами поверхности образцов (обрастание). Результаты приведены в таблице.

Математическая модель, описывающая зависимость биопоражения от соотношения трех компонентов в рассматриваемой композиции, представлена в виде поверхности. При реализации этой модели сначала для каждой серии образцов методом наименьших квадратов находили аналитическое задание функции $W(T)$ одной переменной. Эта функция связывает два параметра: продолжительность выдержки образцов в биологически агрессивной среде T и процент пораженной грибами поверхности W .

Процентное соотношение компонентов в антисептике			Обрастание, %, образцов грибами при продолжительности выдержки, сут				
K_1	K_2	K_3	10	20	30	40	50
77	13	10	0	3,0	4,5	5,5	6,0
76	12	17	0	2,3	3,7	4,7	5,6
78	11	11	0	3,3	3,6	5,0	5,7
76	11	13	0	2,4	3,6	4,9	5,8
76	13	11	0	2,2	4,0	4,3	5,4
78	12	10	0	2,6	3,8	4,8	5,6
78	13	9	0	2,5	4,1	4,6	5,7

По экспериментальным данным для образцов первой серии находили функцию $W(T)$, которая максимально приближается к точкам со следующими координатами $(W; T)$: (10; 0), (20; 3,0), (30; 4,5), (40; 5,5), (50; 6,0). Было установлено, что рассматриваемая зависимость лучше всего аппроксимируется логарифмической функцией

$$W = 3,783 \ln T - 8,534.$$

По аналогичной методике находили функции для остальных шести серий испытаний:

$$\begin{array}{ll} W = 3,454 \ln T - 8,001; & W = 3,402 \ln T - 7,570; \\ W = 3,563 \ln T - 8,276; & W = 3,310 \ln T - 7,611; \\ W = 3,440 \ln T - 7,856; & W = 3,470 \ln T - 7,933. \end{array}$$

В результате подстановки $T = e^t$ получено семь уравнений прямых, угловые коэффициенты Z (тангенс угла наклона) которых постоянны:

$$Z_1 = 3,783; Z_2 = 3,454; Z_3 = 3,563; Z_4 = 3,440; Z_5 = 3,402; Z_6 = 3,310; Z_7 = 3,470.$$

Каждой паре компонентов K_1 и K_2 соответствует одно значение углового коэффициента Z , который находится в прямопропорциональной зависимости от величины показателя биопоражения. Процентное содержание третьего компонента определяют как

$$K_3 = 100 - K_1 - K_2.$$

Введем трехмерные координаты: ось Ox – значения процентного соотношения компонента K_1 , ось Oy – компонента K_2 , ось Oz – углового коэффициента, характеризующего биопоражение.

В результате получаем следующие точки $(K_1; K_2; Z)$ в пространстве: (77; 13; 3,783), (76; 12; 3,454), (78; 11; 3,402), (76; 11; 3,563), (76; 13; 3,310), (78; 12; 3,440), (78; 13; 3,470). Затем по методу наименьших квадратов находим функцию двух переменных, которая наилучшим образом приближается к указанным точкам.

Искомую зависимость можно представить в виде квадратичной функции

$$Z = A K_1^2 + B K_2^2 + C K_1 K_2 + D K_1 + E K_2 + F, \quad (1)$$

где A, B, C, D, E, F – коэффициенты, определенные методом наименьших квадратов, $A = -0,016$; $B = 0,054$; $C = 0,090$; $D = 1,372$; $E = -8,220$; $F = 0$.

В результате получена зависимость углового коэффициента Z от процентного соотношения компонентов K_1 и K_2 , т. е. установлена прямопропорциональная зависимость биопоражения от углового коэффициента. Поэтому для нахождения наименьшего значения функции Z необходимо определить наименьшее значение функции (1) в прямоугольной области D : $76 < K_1 < 78$; $11 < K_2 < 13$.

Найдем частные производные по K_1 и K_2 и приравняем их к 0:

$$\frac{\partial Z}{\partial K_1} = 2AK_1 + CK_2 + D = 0;$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K_2} = 2AK_2 + CK_1 + E = 0.$$

Решив эту систему, получим критическую точку $E(77,116; 11,875)$.

Затем исследуем функцию на границе области. На прямой AD ($K_1 = 76$) имеем критическое значение $K_2 = 12,334$, а на прямой BC ($K_1 = 78$) – значение $K_2 = 11,511$. Оба значения принадлежат исследуемой области. Далее определяем критические значения на прямых AB и CD . При $K_2 = 11$ получаем $K_1 = 74,806$, при $K_2 = 13$ имеем $K_1 = 79,090$. Оба значения не принадлежат нашей области. Вычислим значения функции в трех критических точках и четырех угловых:

$$\begin{aligned} Z(77,116; 11,875) &= 3,073; & Z(76; 11) &= 3,210; \\ Z(76; 12,334) &= 3,050; & Z(78; 13) &= 3,198; \\ Z(78; 11,511) &= 3,014; & Z(76; 13) &= 3,042; \\ & & Z(78; 11) &= 3,006. \end{aligned}$$

Сравнивая семь значений Z , заключаем, что оптимальное содержание в антисептическом растворе компонента K_1 должно составлять 78 %, а K_2 – 11 %. При этом угловой коэффициент равен $Z = 3,006$.

Получена зависимость углового коэффициента Z от K_1 и K_2 :

$$Z = -0,016 K_1^2 + 0,054 K_2^2 + 0,09 K_1 K_2 + 1,372 K_1 - 8,22 K_2.$$

Графическое изображение поверхности представлено на рис. 1.

Линии уровня седлообразной поверхности, соответствующие значениям $Z = 3,05; 3,10; 3,15$, изображены на рис. 2 (в области $76 \leq K_1 \leq 78$; $11 \leq K_2 \leq 13$). Вдоль каждой линии процент биопоражения остается постоянным относительно содержания компонентов K_1 и K_2 .

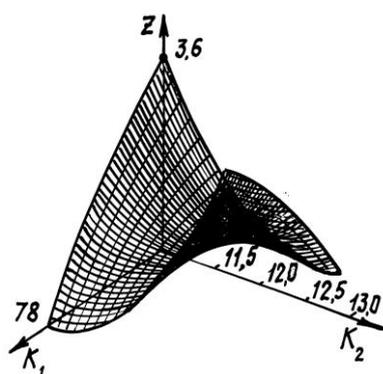


Рис. 1. Зависимость углового коэффициента Z от содержания компонентов K_1 и K_2

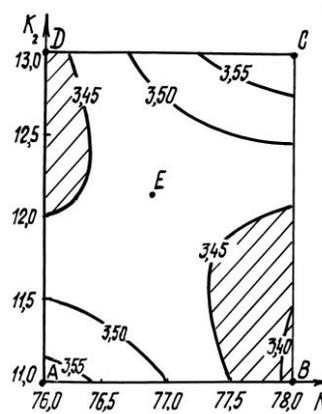


Рис. 2. Линии уровня седлообразной поверхности

Вдоль прямой AC от седловой точки $E (77,116; 11,875)$ наблюдается рост углового коэффициента, а вдоль прямой BD – убывание. Минимальные значения функция принимает в заштрихованных областях ближе к точкам $D (76; 13)$ и $B (78; 11)$. Исходя из этого можно выделить два варианта оптимального содержания компонентов:

1) $76,0 \leq K_1 \leq 76,2;$

$12,25 \leq K_2 \leq 13,00;$

2) $77,5 \leq K_1 \leq 78,0;$

$11,00 \leq K_2 \leq 12,50.$

Выводы

1. Для оптимизации рецептуры по результатам лабораторных испытаний образцов разработана математическая модель, которая устанавливает зависимость показателя биопоражения Z от содержания трех компонентов K_1, K_2, K_3 . Получена функция $Z (K_1, K_2)$ двух аргументов, представляющая собой поверхность (рис. 1). Процентное содержание третьего компонента определено из соотношения $K_3 = 100 - K_1 - K_2$. Зная зависимость $Z (K_1, K_2)$ и содержание компонентов K_1, K_2 в растворе, можно вычислить показатель поражения древесины грибами.

2. Определено оптимальное соотношение ингредиентов в трехкомпонентном антисептике.

L.A. Badanina, E.Yu. Varfolomeeva

Mathematical Simulation of the Biological Infestation of Preserved Wooden Samples in Laboratory Tests

Based on the results of mycological laboratory tests on preservatives the mathematical model of biological infestation of wooden samples is worked out that allows optimizing the formula of three-ingredient preservatives.
