



## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ОБМЕН ОПЫТОМ

УДК 674.047. (3)

**В.В. Сергеев, Ю.И. Тракало, Е.В. Воронцов,  
О.В. Кузнецова, В.В. Савина**

Сергеев Валерий Васильевич родился в 1936 г., окончил в 1960 г. Уральский лесотехнический институт, доктор технических наук, профессор кафедры древесиноведения и специальной обработки древесины, заслуженный изобретатель РФ. Имеет более 80 научных работ в области сушки древесины.



Тракало Юрий Иосифович родился в 1963 г., окончил в 1990 г. Уральский лесотехнический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры древесиноведения и специальной обработки древесины. Имеет более 40 научных работ, в области сушки древесины.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА**

С использованием теории подобия и моделирования процесса в лабораторной установке получены аналитические зависимости, характеризующие динамику изменения температуры в сушильной камере.

*Ключевые слова:* теплообмен, моделирование, сушильная, камера, изменение температуры.

Изучение процессов теплообмена в нестационарных условиях, когда параметры среды изменяются во времени, можно проводить и при эксплуатации тепловых установок. Но такие исследования требуют больших затрат труда и средств и не всегда дают достоверные результаты. Поэтому процессы тепло- и влагообмена, аэродинамики и гидродинамики изучают на уменьшенных моделях [2], рассчитанных и выполненных по правилам моделирования с обеспечением подобия явлений в образце и модели.

На начальном этапе исследований было решено ограничиться изучением динамики нагрева воздуха в модели без процесса влагообмена и выполнить аналитическое описание процесса нагрева воздуха в сушильной камере, как в тепловом объекте, с составлением теплового баланса и получением зависимости  $t_c = f(\tau)$ .

Основная трудность при решении данного вопроса – нестационарность теплопроводности ограждений камеры, обусловленная потерями тепла в окружающую среду. Для определения зависимости динамики нагрева воздуха в камере от внешних и внутренних факторов были приняты следующие основные допущения:

температуру окружающего воздуха принимают за начало отсчета (так называемый термодинамический ноль);

камеру принимают за тепловой объект с сосредоточенными параметрами;

теплофизические коэффициенты ( $\bar{\lambda}$ ,  $\bar{K}_{\text{ог}}$ ,  $\bar{C}_{\text{ог}}$ ) усредненные и постоянные по величине;

величина теплового потока от нагревателя постоянна, т.е.

$$Q_0 = P_0 \eta_0 = Q_k = \text{const}, \quad (1)$$

где  $P_0$ ,  $Q_0$ ,  $Q_k$  – мощности различных источников тепла в камерах, кВт;

$\eta_0$  – КПД источника тепла.

Составим уравнение теплового баланса камеры (ее модели) за элементарный промежуток времени  $d\tau$ :

$$dQ_0 = dQ_1 + dQ_2, \quad (2)$$

где  $dQ_0$  – количество теплоты, поступающей от источника, Вт;

$dQ_1$  и  $dQ_2$  – количество теплоты, расходуемое на нагрев стенок ограждений камеры и на потери через ограждения, Вт.

Значение  $dQ_1$  находят по формуле

$$dQ_1 = C_v \frac{dt_{\text{ог}}}{d\tau} = c_p \bar{\rho} V \frac{d\bar{t}_{\text{ог}}}{d\tau}, \quad (3)$$

где  $C_v$  – объемная теплоемкость ограждений, Дж/°С;

$dt_{\text{ог}}$  – температура ограждений в элементе объема, °С;

$c_p$  – удельная теплоемкость элементов ограждений, Дж/(кг·°С);

$\bar{\rho}$  – плотность материала ограждений, кг/м<sup>3</sup>;

$V$  – объем стенок ограждений камеры, м<sup>3</sup>.

Теплопотери  $dQ_2$  при  $t_{\text{окр}} = t_0 = 0$  находят по формуле

$$dQ_2 = \bar{K}_{\text{ог}} F_{\text{ог}} dt_c, \quad (4)$$

где  $\bar{K}_{\text{ог}}$  – эквивалентный коэффициент теплопередачи тепловой проводимости ограждений, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);

$F_{\text{ог}}$  – общая площадь поверхности ограждений, м<sup>2</sup>;

$t_c$  – температура сушильного агента в камере, °С.

Поскольку  $t_c$  изменяется во времени, то в уравнении (4) представим его в дифференциальной форме:

$$dQ_2 = \bar{K}_{\text{ог}} F_{\text{ог}} dt_c, \quad (5)$$

Общее количество теплоты, переданное через поверхность ограждений, определяется интегралом (5):

$$dQ_2 = \int_0^t \bar{K}_{\text{ог}} F_{\text{ог}} dt_c = \bar{K}_{\text{ог}} F_{\text{ог}} \bar{t}_c, \quad (6)$$

где  $\bar{t}_c$  – средняя для сушильного агента температура сухого термометра в камере.

Подставляя выражения (3) и (6) в уравнение (2), получаем

$$dQ_0 = C_v \frac{d\bar{t}_{\text{ог}}}{d\tau} + \bar{K}_{\text{ог}} F_{\text{ог}} \bar{t}_c. \quad (7)$$

В данном уравнении средняя температура ограждений камеры является функцией температуры сушильного агента в камере. Чтобы сократить число переменных, была предложена зависимость  $\bar{t}_{\text{ог}} = f(t_c)$ , которая для модели имеет вид

$$\bar{t}_{\text{cm}} = -18 + 0,87 \bar{t}_c. \quad (8)$$

Изменение температуры ограждений носит линейный характер, поэтому

$$\frac{d\bar{t}_{\text{ог}}}{d\tau} = \beta \frac{d\bar{t}_c}{d\tau}. \quad (9)$$

Подставив правую часть уравнения (9) в (7) и проведя необходимые преобразования и разделение переменных, получим линейное однородное дифференциальное уравнение, описывающее теплообмен в установке, не загруженной древесиной:

$$\frac{dt_c}{d\tau} + P(x)t_c = Q(x), \quad (10)$$

где

$$P(x) = \kappa = \frac{K_{\text{ог}} F_{\text{ог}}}{C_v \beta}, 1/c; \quad (11)$$

$$Q(x) = K_0 = \frac{P_0 \eta_0}{C_v \beta}, \text{ }^\circ\text{C}/c. \quad (12)$$

Правая часть уравнения (10) представляет собой внешний источник тепла, действующий внутри установки, левая – тепло, переносимое через стенку ограждения за счет теплопроводности.

Далее

$$y' + P(x)y = Q(x), \quad (13)$$

где  $y' = \frac{dt_c}{d\tau}$ .

Общий интеграл уравнения (13) имеет вид

$$y = e^{-\int P dx} \left[ Q e^{\int P dx} dx + C \right]. \quad (14)$$

Интегрирование (14) с заменой  $x = \tau$  и проведением соответствующих преобразований дает

$$y = \frac{Q}{P} + C e^{-P\tau}. \quad (15)$$

Постоянную интегрирования  $C$  находим из начальных условий: при  $\tau = 0$  имеем  $y = 0$ . Тогда  $C = \frac{Q}{P}$ . Значение дроби  $\frac{Q}{P} = t_\infty$  определяем из граничных условий  $\tau = \infty$ ,  $y = y_\infty$ , т.е. оно равно своему максимальному значению при данной мощности теплового потока.

Заменяв в уравнении (15) все значения их истинными, получим уравнение изменения температуры среды в камере во времени:

$$t_c(\tau) = t_\infty [1 - \exp(-\kappa\tau)], \quad (16)$$

где  $t_\infty$  – максимальное значение температуры в камере при неизменных условиях внешней среды,  $^\circ\text{C}$ ,

$$t_\infty = \frac{Q}{P} = \frac{K_0}{\kappa} = \frac{P_0 \eta_0}{K_{\text{ог}} F_{\text{ог}}} = \frac{Q_0}{K_{\text{ог}} F_{\text{ог}}}. \quad (17)$$

Из уравнения (16) видно, что температура среды в камере изменяется по закону экспоненты, следовательно, как утверждается в [2], в ее показателе степени

величина  $\kappa$  должна соответствовать скорости экспоненциального изменения температуры среды. Она характеризует темп нагрева и является положительным числом, не зависящим от координат и времени, ее размерность –  $1/\text{с}$ . Получим значение  $\kappa$  из (11) и (12) и раскроем его физический смысл. Известно, что

$$C_v = \sum_{n=1}^i \overline{C}_{\text{ог}} m_{\text{ог}} = C_3 \rho_3 \delta F_{\text{ог}}; \quad (18)$$

$$K_{\text{ог}} \approx \frac{\lambda_3}{\delta}, \quad (19)$$

где  $\lambda_3$  – эквивалентная теплопроводность ограждений, Вт/(м · °С);  
 $\delta$  – толщина стенки, м.

Подставив эти значения в (11), получим

$$\kappa = \frac{K_{\text{ог}} F_{\text{ог}}}{C_v \beta} = \frac{\lambda_3}{\delta^2 C_3 \rho_3 \beta} = \frac{a_3}{\delta^2 \beta}, \quad 1/\text{с}, \quad (20)$$

т.е. величина  $\kappa$  действительно является скоростью изменения температуры среды (темпом нагрева). Тогда из (20) следует, что  $\beta = \frac{a_3}{\delta^2 \kappa} = \frac{1}{\text{Pd}'}$  – есть обратная величина

критерия Предводителя Pd', характеризующего интенсивность нагрева стенки ограждений при нестационарных условиях среды и являющегося безразмерной величиной [2]:

$$\text{Pd}' = \frac{\kappa \delta^2}{a_3}. \quad (21)$$

Если выражение (16) записать в безразмерной форме, разделив обе части уравнения на  $t_\infty$ , то получим

$$T = \frac{t_c - t_0}{t_\infty - t_0} = 1 - \exp(-\text{Pd}' \text{Fo}), \quad (22)$$

где Fo – критерий Фурье.

В уравнении (22) показатель степени является произведением двух критериев, характеризующих нестационарность процесса теплообмена в незагруженной установке:

$$\text{Pd}' \text{Fo} = \kappa \tau = \frac{a_3}{\delta^2 \beta} \tau = \frac{1}{\beta} \frac{a_3 \tau}{\delta^2}. \quad (23)$$

Здесь  $\text{Fo} = a\tau/\delta^2$ .

Величину критерия Pd' при экспоненциально изменяющейся температуре легко определить по уравнению (22). При  $t_\infty = 80$  °С для модели установки  $\text{Pd}' = 1/\beta = 1/0,87 = 1,15$ .

При отсутствии влагообмена получены достаточно простые уравнения, тесно связанные с нагреваемым телом (плоские стенки ограждений полуограниченной толщины,  $x = 2R = \delta$ ).

Простота уравнений, как это было показано многими авторами работ по нестационарному теплообмену [2, 3], связана в основном с регулярным режимом. И при его наличии решение дифференциального уравнения, выполняемого при помощи рядов Фурье, описывается одним членом ряда, поскольку все остальные члены уравнения становятся ничтожно малыми и ими можно пренебречь.

Рассмотрим более подробно влияние регулярного режима на динамику процесса в наших условиях, так как на модели в лабораторных условиях есть возможность установить, когда начинается и заканчивается регулярный процесс, чем он характеризуется. И, самое главное, можно ли постоянство скорости изменения логарифма избыточной температуры (между температурами среды и тела) применить к скорости изменения логарифма избыточной температуры только среды [4].

Принимая допущение, что  $t_c = t_{\text{нач}} - t_0$  при  $t_0 = 0 = \text{const}$ , для стадии регулярного режима запишем следующее [1]:

$$\frac{\partial \ln(t_c - t)}{\partial \tau} = m. \quad (24)$$

Здесь величина  $m$  также называется темпом нагрева (охлаждения), как и при рассмотрении нестационарного процесса (11) и характеризует интенсивность протекания регулярного режима: чем больше темп нагрева, тем быстрее разогревается тело.

С ростом  $Fo$  члены ряда, как было отмечено выше, убывают по абсолютной величине неодинаково. Поэтому температура в любой точке тела еще задолго до того, как ей стать практически равной температуре среды (стационарный режим  $T_c = 1$ ), будет описываться одночленной формулой, содержащей экспоненту:

$$T = \frac{t_c - t}{t_c - t_0} = A_1 \Phi_1(\mu_1; x/2R) \exp(-\mu_1^2 Fo), \quad (25)$$

где  $A_1$  – начальная тепловая амплитуда;

$\Phi_1(\mu_1; x/2R)$  – функция, учитывающая изменение температуры по координате;

$R$  – размеры тела.

С учетом изложенного Г.М. Кондратьев формулу (24) для нагрева дает в размерной форме:

$$t_c - t = t' = Ce^{m\tau}, \quad (26)$$

где  $t'$  – модуль разности между температурой среды и температурой любой точки тела;

$t' = |t_c - t|$  – избыточная температура для нагрева;

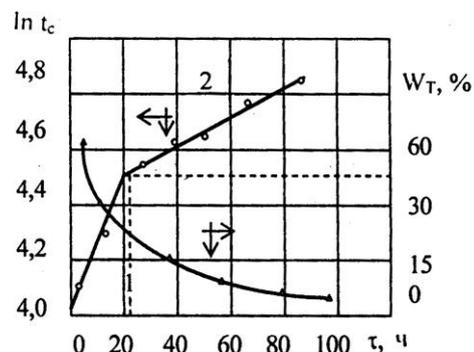
$C$  – постоянная, на которую умножается основная собственная функция, определяемая после логарифмирования выражения (25):

$$\ln t' = m\tau + C. \quad (27)$$

Из выражения (27) видно, что закон изменения температурного поля тела (или системы в целом) имеет простой и универсальный вид: логарифм избыточной температуры в любой точке системы изменяется по линейному закону. По формуле (27) можно определить темп нагрева по экспериментальной кривой, отражающей закон изменения температуры среды в камере, аналогично закону изменения температуры тела по времени.

Таким образом, это подтверждает регуляризацию процесса нагрева среды, как общую закономерность теплообмена внутри системы в целом не только по отношению к твердому телу, но и к нагревающему его агенту – воздуху. В конце процесса, когда практически отсутствует влагообмен (например при сушке пиломатериалов), температура материала  $t_c = t_\infty$ .

График сушки пиломатериалов: 1 – первая стадия; 2 – вторая стадия



На рисунке представлен график зависимости  $\ln t_c = f(\tau)$  опытной промышленной сушки пиломатериалов для выяснения наличия стадии регулярного теплового режима при влагообмене (сушке). В данном случае за «избыточную» температуру принимали температуру по сухому термометру с учетом температуры окружающего воздуха ( $32^\circ\text{C}$ ).

Как видно из графика, распространение понятия регулярного теплового режима из классической теории теплообмена между средой и телом на теорию сушки древесины возможно.

С практической точки зрения получение данных о тепловом регулярном режиме важно при заводских испытаниях в сушильных камерах и их сдаче в эксплуатацию. Имея экспериментальную кривую динамики нагрева данной камеры, можно сравнить ее с аналогичной кривой других установок. Установка, имеющая более высокий темп нагрева (при равной мощности источников тепла), будет более экономичной.

#### Вывод

Понятие регулярного теплового режима и его основополагающий принцип – постоянство скорости изменения логарифма избыточной температуры (между температурой среды и температурой тела) могут быть применены только к скорости изменения логарифма избыточной температуры среды, т.е. температуры сухого термометра в рабочем объеме сушильной камеры.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев Г.М. Регулярный тепловой режим / Г.М. Кондратьев. – М.: Гостехиздат, 1954. – 408 с.
2. Лыков А.В. Тепло- и массообмен в процессах сушки / А.В. Лыков. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 464 с.
3. Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
4. Сергеев В.В. Аэродинамические лесосушильные камеры / В.В. Сергеев. – М.: Лесн. пром-сть, 1981. – 72 с.

V.V. Sergeev, Yu.I. Trakalo, E.V. Vorontsov, O.V. Kuznetsova, V.V. Savina  
**Simulation of Heat Transfer Process**

Analytical dependencies characterizing dynamics of temperature change in the drying kiln are obtained by using the similarity theory and process simulation in the laboratory-scale plant.