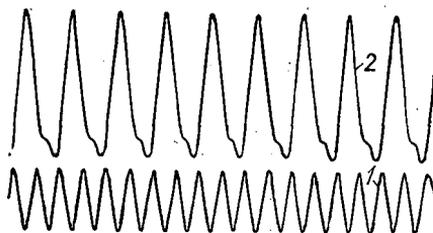


Рис. 4. Осциллограмма относительных колебаний каретки в режиме субгармонического резонанса при моделировании системы каретка — направляющие на АВМ: 1 — возбужденные колебания генератора (возмущение); 2 — решение уравнения движения системы (отклик)



Сопоставление форм колебательного процесса, полученных в эксперименте и моделировании, показывает их идентичность.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1]. Амалицкий В. В. Расчет долговечности технологического оборудования с учетом взаимосвязи динамических процессов и процессов изнашивания // Лесн. журн.— 1977.— № 3.— С. 115—118.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Амалицкий В. В. Взаимосвязь динамических процессов и процессов изнашивания в технологическом оборудовании // Надежность технологических комплексов в машиностроительном производстве: Материалы Всесоюз. конф.— М.: ВСНТО, 1979. [3]. А. с. 410278 СССР, М. Кл. G 01m 13/00. Способ имитации условий работы механизма подачи кареткой шипорезного станка в процессе резания / В. В. Амалицкий, И. Я. Нуллер, В. Г. Бондарь (СССР).— № 1751357; Заявлено 24.02.72; Оpubл. 05.01.74, Бюл. № 1 // Открытия. Изобретения.— 1974.— № 1.— С. 56. [4]. Левин Л. Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин.— М.: Мир, 1966. [5]. Хейл Дж. Колебания в нелинейных системах.— М.: Мир, 1966.

Поступила 30 сентября 1988 г.

УДК 674.21 : 694

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ ВЫРАБОТКИ ЦЕЛЫХ И КЛЕЕНЫХ ЗАГОТОВОК В ДЕРЕВЯННОМ ДОМОСТРОЕНИИ

А. А. ПИЖУРИН, В. Е. ПЯТКОВ

Московский лесотехнический институт

Важными резервами рационального использования древесины хвойных пород в процессе изготовления деревянных малоэтажных домов являются выбор эффективных технологий изготовления заготовок для конкретных условий производства; использование оптимальных планов раскроя сырья, составленных с применением ЭВМ; включение в производство заготовок из лиственных пород древесины.

Наиболее эффективный путь решения проблемы рационального использования пиломатериалов из древесины хвойных пород — определение соотношения целых и клееных заготовок.

Склеивание короткомерных и неспецификационных пиломатериалов по длине и сечению позволяет домостроительным предприятиям и цехам уменьшить потребность в пиломатериалах больших сечений.

При выработке целых заготовок эксплуатационные затраты и капитальные вложения меньше, чем при выпуске клееных. В первом случае расход пиломатериалов существенно увеличивается; во втором выход спецификационных заготовок из пиломатериалов значительно больше, но при этом возрастают затраты по переработке 1 м<sup>3</sup> пиломатериалов. В ряде случаев эффективна смешанная технология, т. е. одновременное производство целых и клееных заготовок, вырабатываемых из отрезков пиломатериалов, образующихся при раскрое на целые заготовки.

Очевидно, для конкретных условий производства необходимо находить оптимальное соотношение целых и клееных заготовок, обеспечивающее наибольший экономический эффект. Такую задачу можно решить с применением методов математического программирования.

Приведем оптимизационную математическую модель определения оптимального соотношения целых и клееных заготовок для малоэтажного деревянного домостроения.

В качестве критерия оптимальности возьмем приведенные затраты, которые позволяют оценить эффективность производства продукции по различным вариантам технологии изготовления и выбрать наиболее экономичный. Этот критерий удобен с математической точки зрения, поскольку позволяет разработать достаточно простой алгоритм его реализации.

Применительно к нашей задаче приведенные затраты можно определить следующим образом. Себестоимость процесса выпуска заготовок складывается из стоимости сырых пиломатериалов  $C_n$ ; затрат на сушку  $C_{\text{суш}}$ , на сортировку по размеру и качеству  $C_c$ , на раскрой (включая склеивание, если оно предусмотрено выбранной технологией) пиломатериалов  $C_p$  и на складирование заготовок  $C_x$ , т. е.

$$C = C_n + C_{\text{суш}} + C_c + C_p + C_x. \quad (1)$$

Аналогично капитальные затраты, связанные с производством заготовок,

$$K = K_{\text{суш}} + K_c + K_p + K_x, \quad (2)$$

где  $K_{\text{суш}}$ ,  $K_c$ ,  $K_p$  и  $K_x$  — капитальные затраты соответственно на сушку сырых пиломатериалов, сортировку, переработку пиломатериалов на заготовки и хранение готовых заготовок.

Каждой из технологий выпуска заготовок присвоим индекс  $j$  ( $j = \overline{1, m}$ ) и условимся, что индекс  $j = 1$  соответствует выпуску только целых заготовок, индекс  $j = 2$  — только клееных заготовок и индекс  $j = 3$  — заготовок по смешанной технологии.

Введем булеву переменную  $y_j$ , которая принимает значение  $y_j = 1$ , если в окончательном варианте используем  $j$ -ю технологию выпуска заготовок, и  $y_j = 0$  в противном случае ( $y_j = \overline{1, 0}$ ). Целевую функцию математической модели можно записать в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^m y_j (C_j + Ek_j) \rightarrow \min. \quad (3)$$

Рассмотрим отдельно каждое из слагаемых (1) и (3). Обозначим через  $x_{ij}^q$  число пиломатериалов  $i$ -го вида,  $m^3$ , которые перерабатывают по  $j$ -й технологии с целью получения  $q$ -го сорта заготовок. Стоимость сырых пиломатериалов  $C_n$  можно определить по формуле:

$$C_n = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{1i} x_{ij}^q. \quad (4)$$

Здесь  $C_{1i}$  — стоимость 1  $m^3$  сырых пиломатериалов  $i$ -го вида. Условно-переменные затраты на сушку пиломатериалов

$$C_{\text{суш}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{1\text{суш}} x_{ij}^q, \quad (5)$$

где  $C_{1\text{суш}}$  — условно-переменные затраты на сушку 1  $m^3$  пиломатериалов.

Известно, что отсутствие сортировки пиломатериалов по качеству и размерам приводит к падению выхода заготовок или завышению их качества. С другой стороны, сортировка пиломатериалов требует определенных затрат, которые зависят в основном от ее дробности. Обозначим через  $C_1(M)$  условно-переменные затраты по сортировке на  $M$  групп  $1 \text{ м}^3$  пиломатериалов, тогда общие условно-переменные затраты на сортировку можно определить по формуле:

$$C_c = C_1(M) \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q x_{ij}^q. \quad (6)$$

Затраты на раскрой пиломатериалов (включая склеивание по длине на зубчатый шип, если оно предусмотрено выбранной технологией) определяем следующим образом. Пусть  $C_{ip}^q$  — условно-переменные затраты, связанные с переработкой  $1 \text{ м}^3$  пиломатериалов  $i$ -го вида по  $j$ -й технологии на заготовки  $q$ -го типа. Общие условно-переменные затраты по раскрою пиломатериалов

$$C_p = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{ip}^q x_{ij}^q. \quad (7)$$

Рассмотрим слагаемое  $C_x$  выражения (1), характеризующее затраты на хранение и складирование заготовок. Необходимость хранения и складирования заготовок перед сборкой панелей вызвана тем, что пиломатериалы, поступающие из лесопильного цеха, не всегда можно использовать для изготовления нужных в данный момент заготовок или же выбор таких заготовок сопряжен с большими потерями. Это положение сохраняет свою силу и в том случае, когда состав пиломатериалов, поступающих из лесопильного цеха, регулируется с учетом календарного графика сборки домов.

Слагаемое  $C_x$  войдет в целевую функцию следующим образом:

$$C_x = C_{1x} \left[ V_{1x} + (t - 1) \left( V_{1x} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q K_{i2}^q x_{i2}^q}{N} \right) \right] + C_{\text{пер}}(t), \quad (8)$$

где  $C_{1x}$  — условно-переменные затраты на складирование  $1 \text{ м}^3$  заготовок;

$V_{1x}$  — минимальный объем склада заготовок, равный средней сменной производительности участка сборки;

$N$  — число рабочих смен в году;

$K_{i2}^q$  — выход клееных заготовок  $q$ -го типоразмера из сырья  $i$ -го вида;

$t$  — число смен работы сборочного цеха при использовании заготовок одинакового типоразмера;

$C_{\text{пер}}(t)$  — затраты на переналадку оборудования на участке сборки.

В формуле (8) выражение, стоящее в квадратных скобках, определяет объем склада заготовок при одновременном производстве целых

и клееных заготовок. Разность  $V_{1x} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q K_{i2}^q x_{i2}^q}{N}$  соответствует разности между сменной производительностью участка сборки и всех линий, выпускающих клееные заготовки.

Условно-постоянные и капитальные затраты по  $j$ -й технологии обозначим соответственно через  $C'_j$  и  $K_j$ . Выражение для целевой функции задачи по критерию приведенных затрат (ПЗ) имеет вид

$$\begin{aligned}
 \text{ПЗ} = & \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{1i} x_{ij}^q + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{1\text{сущ}} x_{ij}^q + \\
 & + C_1(M) \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q x_{ij}^q + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q C_{1p\ ij}^q x_{ij}^q + \\
 & + C_{1x} \left[ V_{1x} + (t-1) \left( V_{1x} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q K_{i2}^q x_{i2}^q}{N} \right) \right] + C_{\text{пер}}(t) + \\
 & + \sum_{j=1}^m y_j (C'_j + EK_j) \rightarrow \min. \tag{9}
 \end{aligned}$$

### Ограничения модели

1. По объему раскраиваемых пиломатериалов

$$\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^Q x_{ij}^q \leq V_i, \quad i = \overline{1, Q}, \tag{10}$$

где  $V_i$  — объем пиломатериалов  $i$ -го вида по спецификации.

Это ограничение необходимо для того, чтобы объем перерабатываемых пиломатериалов каждого  $i$ -го вида был не более, чем заданный по спецификации.

2. По объему вырабатываемых заготовок

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n K_{ij}^q x_{ij}^q = V^q, \quad q = \overline{1, Q}. \tag{11}$$

Здесь  $V^q$  — объем заготовок  $q$ -го вида по спецификации.

Ограничение (11) гарантирует выполнение спецификационного плана по каждому типоразмеру заготовок.

3. По числу потоков

$$\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^Q \frac{x_{ij}^q}{\Pi_{ij}^q} \leq \rho_j, \quad j = \overline{1, m}, \tag{12}$$

где  $\Pi_{ij}^q$  — годовая производительность потока, реализующего  $j$ -ю технологию при раскрое  $i$ -го вида пиломатериалов на заготовку  $q$ -го типоразмера;

$\rho_j$  — максимальное число потоков, реализующих  $j$ -ю технологию раскроя.

Ограничение (12) необходимо для того, чтобы число потоков, реализующих  $j$ -ю технологию, было бы не более заданного. Если же на число потоков не накладывают никаких условий, то ограничение (12) можно не включать в модель. Фактическое число  $\gamma_j$  потоков, необходимых для реализации оптимального решения:

$$\gamma_j = \begin{cases} \alpha_j, & \text{если } \alpha_j \text{ — целое число;} \\ [\alpha_j] + 1, & \text{если } \alpha_j \text{ — дробное число.} \end{cases} \tag{13}$$

Здесь  $\alpha_j$  — левая часть ограничения (12).

Символ  $[ \ ]$ , стоящий в выражении (13), означает, что необходимо найти целую часть числа  $\alpha_j$ . Если  $\alpha_j$  — целое число, то все потоки, реализующие  $j$ -ю технологию, загружены полностью. В противном случае имеет место недогрузка одного из потоков.

Зная величину  $\gamma_j$ , можно определить условно-постоянные затраты и капитальные вложения по каждой технологии:

$$C'_j = C'_{1j} \gamma_j; \quad (14)$$

$$K'_j = K_{1j} \gamma_j, \quad (15)$$

где  $C_{1j}$ ,  $K_{1j}$  — условно-постоянные затраты и капитальные вложения соответственно по одному потоку, реализующему  $j$ -ю технологию.

4. Рабочее ограничение вида

$$x_{ij}^q \geq 0; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, Q}. \quad (16)$$

5. Рабочее ограничение вида

$$x_{ij}^q = 0, \text{ если } y_j = 0. \quad (17)$$

6. По максимальному объему капитальных вложений  $K_{max}$

$$\sum_{j=1}^m K_j y_j \leq K_{max}. \quad (18)$$

7. По площади участка раскроя

$$\sum_{j=1}^m S_j y_j \leq S_{max}, \quad (19)$$

где  $S_j$  — площадь, необходимая для оборудования по реализации  $j$ -й технологии раскроя;

$S_{max}$  — максимальная площадь участка раскроя.

Ограничения по другим технико-экономическим показателям можно записать аналогичным образом.

Итак, построенная математическая модель задачи определения оптимального соотношения целых и клееных заготовок представляет собой частично-целочисленную задачу математического программирования. Для ее реализации получены численные значения коэффициентов выхода заготовок и других коэффициентов целевой функции и ограничений.

Поступила 1 февраля 1988 г.

УДК 674.09-791.8.001.57

## МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ МЕХАНИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ДРЕВЕСИНЫ

В. В. ОГУРЦОВ

Сибирский технологический институт

Математическое моделирование различных свойств древесины часто базируют на корреляционном анализе. Представляет интерес влияние погрешностей измерения параметров древесины (условно обозначим их через  $X$  и  $Y$ ) на коэффициент корреляции  $r_{XY}$  между ними.

Выражение для  $r_{XY}$  запишем через смешанный центральный момент второго порядка [2]

$$r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}, \quad (1)$$

где  $\sigma_X$ ,  $\sigma_Y$  — среднеквадратические отклонения параметров  $X$ ,  $Y$ ;  
 $K_{XY}$  — корреляционный момент случайных величин