

ЛЕСНОЕ ХОЗЯЙСТВО

УДК 630\*51 : 681.3

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ ДРАКИНА—ВУЕВСКОГО

Е. И. ЦУРИК

Львовский лесотехнический институт

Внедрение в лесотаксационную практику ЭКВМ типа программируемых микрокалькуляторов «Электроника БЗ-34» и их аналогов значительно расширяет возможности автоматизировать вычисления в полевой обстановке, а также определять параметры и значения различных аппроксимирующих функций и корреляционных уравнений в камеральных условиях. Однако для реализации этих возможностей, как и при использовании больших ЭВМ, необходимы четкая формализация признаков и алгоритмизация задач для программирования, сопровождающаяся, в частности, рационализацией подходов, приемов и даже разработкой новых методов определения требуемых показателей. Проиллюстрируем это на примере.

В лесотаксационных исследованиях для отражения особенностей s-образных кривых изменения признаков древостоев (например высот) используют функцию В. Н. Дракина и Д. И. Вуевского [1]

$$Y = a(1 - e^{bX})^c, \tag{1}$$

где  $Y$  — функция, выражающая изменение средних высот, м;  
 $X$  — аргумент, выражающий возраст древостоя, лет;  
 $e$  — основание натуральных логарифмов (число Непера);  
 $a, b, c$  — параметры данной функции.

Анализ способа расчета параметров функции (1), предложенного В. Н. Дракиным и Д. И. Вуевским [1], улучшенного О. А. Труллем [4] и К. Е. Никитиным [2], показал значительную трудность его использования в качестве алгоритма при программировании для ЭКВМ. Поэтому нами разработан следующий упрощенный способ решения задачи.

Для определения параметров уравнения (1) необходимо выбрать три точки (три узла интерполяции) на кривой роста высот с такими координатами  $Y_1, Y_2, Y_3$  и  $X_1, X_2, X_3$ , чтобы соблюдалось условие:  $X_1 : X_2 : X_3 = 1 : 2 : 4$ . Тогда можно записать систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= a(1 - e^{bX_1})^c; \\ Y_2 &= a(1 - e^{2bX_1})^c; \\ Y_3 &= a(1 - e^{4bX_1})^c. \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

Решим эту систему. Разделим второе уравнение на первое, а третье — на второе; в результате получим новую систему из двух уравнений с двумя неизвестными параметрами  $b$  и  $c$ , которая после логарифмирования примет вид

$$\left. \begin{aligned} \ln(Y_2/Y_1) &= c \ln(1 + e^{bX_1}); \\ \ln(Y_3/Y_2) &= c \ln(1 + e^{2bX_1}). \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

Разделив второе уравнение системы (3) на первое и обозначив левую часть полученного тождества через  $K$ , найдем

$$\frac{\ln(Y_3/Y_2)}{\ln(Y_2/Y_1)} = K = \frac{\ln(1 + e^{2bX_1})}{\ln(1 + e^{bX_1})},$$

откуда можно записать следующее трансцендентное уравнение:

$$1 + e^{2bX_1} = (1 + e^{bX_1})^K.$$

Для решения этого уравнения разложим его правую часть в биномиальный ряд и возьмем три (вариант 1) или четыре (вариант 2) члена данного ряда, полагая, что остальные члены ряда допустимо малы. Тогда для варианта 1 получим:

$$1 + e^{2bX_1} = 1 + Ke^{bX_1} + \frac{K(K-1)}{2} e^{2bX_1},$$

откуда после сокращения и упрощения

$$e^{bX_1} = \frac{2K}{2 - K(K-1)}. \quad (4)$$

Логарифмируя выражение (4) и преобразуя, находим параметр  $b$ :

$$b = \frac{1}{X_1} \ln \left[ \frac{2K}{2 - K(K-1)} \right]. \quad (5)$$

Далее, последовательно используя первые уравнения систем (3) и (2), определяем параметры  $c$  и  $a$ :

$$c = \frac{\ln(Y_2/Y_1)}{\ln(1 + e^{bX_1})}; \quad (6)$$

$$a = Y_1 / (1 - e^{bX_1})^c. \quad (7)$$

Для варианта 2

$$1 + e^{2bX_1} = 1 + Ke^{bX_1} + \frac{K(K-1)}{2} e^{2bX_1} + \frac{K(K-1)(K-2)}{6} e^{3bX_1},$$

откуда после сокращения и упрощения можно записать

$$e^{bX_1} = K + \frac{K(K-1)}{2} e^{bX_1} + \frac{K(K-1)(K-2)}{6} e^{2bX_1},$$

или

$$K(K-1)(K-2)e^{2bX_1} + 3[K(K-1) - 2]e^{bX_1} + 6K = 0.$$

Нетрудно видеть, что получено полное квадратное уравнение

$$Ae^{2bX_1} + Be^{bX_1} + C = 0,$$

параметры которого

$$A = K(K-1)(K-2); \quad B = 3[K(K-1) - 2]; \quad C = 6K.$$

Решая это уравнение, находим (при  $0 < e^{bX_1} < 1$ )

$$e^{bX_1} = -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}},$$

откуда после логарифмирования и преобразований определяем параметр  $b$ :

$$b = \frac{1}{X_1} \ln \left[ -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}} \right]. \quad (5a)$$

(Параметры функции  $c$  и  $a$  получаем по соответствующим выражениям (6) и (7), т. е. аналогично варианту 1.

Выражения (5)—(7) и (5а) представляют собой детальные алгоритмы, пригодные для составления программ вычисления параметров функции Дракина — Вуевского по аппроксимации хода роста древостоев. Такие программы по вариантам 1 и 2 включают определение как параметров данной функции роста (I этап), так и ее интерполяционных значений (II этап). Приводим программы решения задачи для ЭКВМ типа «Электроника БЗ-34».

В а р и а н т 1. I этап: ИП3 ИП2 : F3 П9 ИП4 ИП3 : F3 ИП9 : П6 1—2 : /—/ ИП6 F : + F : П6 F3 ИП5 : П7 ИП6 1 + F3 ИП9 ↔ : П8 ПП 53 ИП2 ↔ : П6 С/П II этап: ПП 53 ИП6 × П2 С/П ИП5 ИП4 + П5 БП 41 ИП5 ИП7 × F1 1 ↔ — ИП8 ↔ F X<sup>Y</sup> ↑ В/О (этапы программы взаимосвязаны).

Инструкция для I этапа:  $Y_1 = P_2, Y_2 = P_3, Y_3 = P_4, X_1 = P_5$  В/О С/П РХ =  $P_6 = a, P_7 = b, P_8 = c$ .

Инструкция для II этапа:  $a = P_6, b = P_7, c = P_8, \Delta X = P_4, X_k = P_5$  БП 41 С/П РХ =  $Y_k; С/П РХ = Y_{k+1}; С/П РХ = Y_{k+2}; С/П РХ = Y_{k+3}$  и т. д.

Контрольный пример для I этапа: при  $Y_1 = 4,0$  м;  $Y_2 = 11,5$  м;  $Y_3 = 23,6$  м;  $X_1 = 20$  лет получим параметры:  $a = 32,664697 \approx 32,66; b = -0,024386455 \approx -0,02439; c = 2,2059578 \approx 2,20596$  (время решения контрольного примера в автоматическом режиме ЭКВМ  $t \approx 26$  с).

Контрольный пример для II этапа: при  $a = 32,66; b = -0,02439; c = 2,20596; \Delta X = 10$  лет;  $X_k = 10$  лет получим:  $Y_k = 1,116274 \approx 1,1$  м ( $t \approx 11$  с);  $Y_{k+1} = 4,0004126 \approx 4,0$  м;  $Y_{k+2} = 7,6828064 \approx 7,7$  м;  $Y_{k+3} = 11,500512 \approx 11,5$  м и т. д.;  $Y_{k+7} = 23,290367 \approx 23,3$  м.

В а р и а н т 2. I этап: ИП4 ИП3 : F3 ИП3 ИП2 : F3 П9 : ПО 1 — ИПО × П1 ИПО 2 — × ПА ИП1 2—3 × ИПА : 2 : /—/ ПВ F X ИПО 6 × ИПА : — F — ПС ИПВ + F В/О 50 П6 1 — F В/О 54 ИПВ ИПС — П6 ИП6 F3 ИП5 : П7 ИП6 1 + F3 ИП9 ↔ : П8 ПП 86 ИП2 ↔ : П6 С/П II этап: ПП 86 ИП6 × П2 С/П ИП5 ИП4 + П5 БП 74 ИП5 ИП7 × F1 1 ↔ — ИП8 ↔ F X<sup>Y</sup> В/О (этапы программы взаимосвязаны).

Инструкция для I этапа:  $Y_1 = P_2, Y_2 = P_3, Y_3 = P_4, X_1 = P_5$  В/О С/П РХ =  $P_6 = a, P_7 = b, P_8 = c$ .

Инструкция для II этапа:  $a = P_6, b = P_7, c = P_8, \Delta X = P_4, X_k = P_5$  БП 74 С/П РХ =  $Y_k; С/П РХ = Y_{k+1}; С/П РХ = Y_{k+2}; С/П РХ = Y_{k+3}$  и т. д.

Контрольный пример для I этапа: при  $Y_1 = 4,0$  м;  $Y_2 = 11,5$  м;  $Y_3 = 23,6$  м;  $X_1 = 20$  лет получим параметры:  $a = 33,567534 \approx 33,57; b = -0,02411774 \approx -0,02412; c = 2,2145698 \approx 2,21457$  ( $t \approx 37$  с).

Контрольный пример для II этапа: при  $a = 33,57; b = -0,02412; c = 2,21457; \Delta X = 10$  лет;  $X_k = 10$  лет получим:  $Y_k = 1,1079566 \approx 1,1$  м ( $t \approx 11$  с);  $Y_{k+1} = 4,0009387 \approx 4,0$  м;  $Y_{k+2} = 7,7218697 \approx 7,7$  м;  $Y_{k+3} = 11,602281 \approx 11,6$  м и т. д.;  $Y_{k+7} = 23,716651 \approx 23,7$  м.

В контрольных примерах обоих вариантов вычисленные значения функции  $Y_{k+1}, Y_{k+3}$  и  $Y_{k+7}$  на II этапе соответствуют исходным данным  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$  I этапа, поэтому их можно сравнить и оценить полученные результаты предлагаемого нами упрощенного метода выравнивания. Нетрудно видеть, что отклонения вычисленных величин от исходных в этих узловых точках практически несущественны. В варианте 2, основанном на четырех членах биномиального ряда разложения, результаты выравнивания заметно лучше, поэтому ему следует отдать предпочтение.

Ниже (см. таблицу) сопоставляются фактические средние высоты  $Y_i$  еловых древостоев, вычисленные по функции Дракина — Вуевского, с параметрами, найденными по методу О. А. Трулля [4, с. 178—186]:

$$Y_i^T = 35,66 (1 - e^{-0,02132X})^{2,07498}$$

и установленными по вариантам 1 и 2 упрощенного метода автора:

$$Y_i^{B1} = 32,66 (1 - e^{-0,02439X})^{2,20596};$$

$$Y_i^{B2} = 33,57 (1 - e^{-0,02412X})^{2,21457}.$$

Сопоставление фактических и сглаженных средних высот ельников

Возраст $X_i$ , лет	Средняя высота $Y_i$ , м	Сглаженные высоты и их отклонения от фактических, м					
		по методу О. А. Трулля [4]		по методу автора			
		$Y_i^T$	$Y_i - Y_i^T = \Delta$	Вариант 1		Вариант 2	
$Y_i^{B1}$	$Y_i - Y_i^{B1} = \Delta$			$Y_i^{B2}$	$Y_i - Y_i^{B2} = \Delta$		
10	1,1	1,2	-0,1	1,1	—	1,1	—
20	4,0	4,0	—	4,0	—	4,0	—
30	7,5	7,5	—	7,7	-0,2	7,7	-0,2
40	11,6	11,3	+0,3	11,5	+0,1	11,6	—
50	15,2	14,9	+0,3	15,1	+0,1	15,3	-0,1
60	18,5	18,1	+0,4	18,3	+0,2	18,5	—
70	21,0	21,0	—	21,0	—	21,3	-0,3
80	23,6	23,5	+0,1	23,3	+0,3	23,7	-0,1
90	25,6	25,7	-0,1	25,2	+0,4	25,7	-0,1
100	26,9	27,4	-0,5	26,7	+0,2	27,3	-0,4

Примечание. Среднее отклонение выравненных средних высот от фактических  $\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta_i|$ , найденное по методу О. А. Трулля, составило 0,18, по вариантам 1 и 2 — 0,15 и 0,12; суммы квадратов отклонений  $\sum_{i=1}^n \Delta_i^2$  соответственно 0,61; 0,39 и 0,32.

Из приведенных расчетов видно, что оба варианта предлагаемого нами метода практически не уступают по точности методу О. А. Трулля. Средние отклонения и суммы квадратов отклонений выравненных средних высот от фактических по вариантам 1 и 2 оказались наименьшими. Результаты сравнения вычисленных и исходных данных получаются еще более близкими при определении значений функции с использованием ее параметров без округлений.

Для определения текущих приростов по таксационным признакам, выравненным с помощью функции Дракина — Вуевского, в качестве алгоритма следует использовать первую производную этой функции:

$$Z^T = Y' = -abc e^{bX} (1 - e^{bX})^{c-1}, \quad (8)$$

где  $Z^T$  — текущий прирост древостоя по таксационному признаку  $Y$ .

Программа вычисления текущих приростов для ЭКВМ «Электроника БЗ-34» применительно к функции (8) имеет вид ИП7 ИП5  $\times$  F1 П9 1  $\leftrightarrow$  — ИП8 1 —  $\leftrightarrow$  FX ИП9  $\times$  ИП8  $\times$  ИП7  $\times$  ИП6  $\times$  / — / С/П ИП5 ИП4 + П5 БП 00.

Инструкция:  $a = P6$ ,  $b = P7$ ,  $c = P8$ ,  $\Delta X = P4$ ,  $X_k = P5$  БП 00 — С/П РХ =  $Z_k^T$ ; С/П РХ =  $Z_{k+1}^T$ ; С/П РХ =  $Z_{k+2}^T$  и т. д.

Контрольный пример: при  $a = 33,57$ ;  $b = -0,02412$ ;  $c = 2,21457$ ;  $\Delta X = 10$  лет;  $X_k = 10$  лет получим:  $Z_k^T = 0,21696216 \approx 0,22$  м ( $t \approx \approx 11$  с);  $Z_{k+1}^T = 0,34472015 \approx 0,34$  м;  $Z_{k+2}^T = 0,38844457 \approx 0,39$  м и т. д.

Аналогичные расчеты параметров и значений функции Дракина — Вуевского и ее производной были выполнены по приведенным програм-

мам и для других таксационных признаков: средних диаметров, сумм площадей сечения и запасов еловых древостоев. При сравнении фактических значений этих таксационных показателей с вычисленными по методу О. А. Трулля и по вариантам 1 и 2 предложенного нами упрощенного метода установлено, что средние отклонения и суммы квадратов отклонений также незначительны.

Таким образом, исследования подтверждают правомерность и целесообразность внедрения в лесотаксационную практику разработанного нами способа определения параметров и значений функции Дракина — Вуевского с использованием ЭКВМ типа программируемых микрокалькуляторов «Электроника БЗ-34», в особенности «Электроника МК-52» [3].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Дракин В. Н., Вуевский Д. И. Новая формула хода роста древостоев по высоте и диаметру и ее применение к исследованию зависимости между высотой и диаметром // Зап. Белорус. лесотехн. ин-та. — Минск, 1940. — Вып. 5. — С. 3—37. [2]. Никитин К. Е. Лиственница на Украине. — Киев: Урожай, 1966. — 332 с. [3]. Трохименко Я. К. Программирование микрокалькуляторов «Электроника МК-52» и «Электроника МК-61». — Киев: Техніка, 1987. — 208 с. [4]. Трулль О. А. Математическая статистика в лесном хозяйстве. — Минск: Вышэйш. шк., 1966. — 234 с.

Поступила 14 мая 1991 г.

УДК 582.28

### МИКРОМИЦЕТЫ ДУБА В АЗЕРБАЙДЖАНЕ (СУМЧАТЫЕ)

Э. С. ГУСЕЙНОВ

Институт ботаники АН Азербайджана

При изучении микромицетов лесных пород Азербайджана на разных видах дуба выявлено 214 видов грибов, многие из которых ранее не были известны в нашей стране.

Ниже приводим систематический список микромицетов с указанием первоисточника описания, питающего растения, места и сроков сбора.

#### HEMIASCOMYCETES

Пор. *Taphrinales*

Сем. *Taphrinaceae*

1. *Taphrina coerulescens* (Desm. et Mont.) Tul., Ann. Sci. Nat., 1866, 5; ser., 5, 127. — На живых листьях *Quercus macranthera* Fisch. et Mey.: Нohen, Лерикский район (р-н), высота 1000 м над уровнем моря (н. у. м.), 29.V 1971 г.; Нагорно-Карабахская автономная область (НКАО), Шушинский р-н, высота 1490 м н. у. м., 17.VII 1981 г.

#### PLECTOMYCETES

Пор. *Erysiphales*

Сем. *Erysiphaceae*

2. *Microsphaera alphitoides* Griff. et Maubl., C. R. Acad. Sci., Paris, 1912, 120. — На живых листьях *Qu. pedunculiflora* C. Koch, *Qu. castaneifolia* C. A. Mey., *Qu. macranthera* Fisch. et Mey.: Нohen, *Qu. iberica* Stev., повсеместно, от низменности до высоты 2000 м н. у. м. и более, с 5—10.V по X—XI месяцы ежегодно.

3. *M. hypophylla* Nevodovskij emend Roll-Hansen, Rep. Norw. Forest Res. Inst., 1961, 17, 38—54. — На живых листьях *Qu. iberica* Stev., НКАО, Степанакертский р-н, высота 1200 м н. у. м., 17.X 1971 г.; Таузский р-н, высота 1400 м н. у. м., 24.IX 1971 г.