

сравнивали с данными таксационного описания, а производительности — с нормативными значениями* (см. таблицу). Как видим, реальные и полученные моделированием данные имеют удовлетворительную сходимость.

Вид данных	Состав древостоя	Средний объем хлыста, м ³	Запас, м ³ /га	Производительность машин, м ³ /см.		
				ЛП-49	ЛП-19	ЛП-18А
Реальные	6,5С2,5Е0,6В0,4Ос	0,223	141	54	165	85
Полученные моделированием на ЭВМ	6,5С2,4Е0,6В0,5Ос	0,231	137	52	148	96
Расхождение, %		4	3	4	10	13

В результате реализации программ на ЭВМ установлено, что минимальные удельные приведенные затраты на валку — трелевку леса соответствуют системе машин ЛП-19 + ЛП-18А (1,41 р./м³) и на 0,32 р./м³ меньше затрат для ВТМ ЛП-49. Следовательно, в условиях Борецкого ЛПХ предпочтительно применение первой системы лесосечных машин.

Предложенная методика может быть использована для выбора наиболее эффективной системы лесосечных машин в условиях конкретного лесозаготовительного предприятия.

Поступила 13 июня 1990 г.

УДК 627.133.4

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ ЗА ГАСИТЕЛЕМ ТЕЧЕНИЯ

П. Н. ГАГАРИН

Архангельский лесотехнический институт

При регулировании потоков на лесосплавных рейдах и в лотках, движения взвешенных частиц в отстойниках, при русловыправительных работах и защите ледяных переправ от размыва возникают рециркулирующие течения за различными гасителями скорости потока.

Исследование таких течений с помощью численного интегрирования обладает некоторыми недостатками (отсутствие общего решения, трудоемкость, вероятность больших ошибок при вычислении скоростей вблизи кромки препятствия). В данной статье сделана попытка на основе некоторых допущений дать упрощенное описание механики рециркулирующего течения жидкости.

Рассмотрен наиболее простой случай обтекания без сжатия транзитного потока после отрыва. Поэтому в качестве гасителя взято объемное прямоугольное тело, расположенное непосредственно у границы потока, которое обеспечивает параллельность крайней линии тока главному направлению потока в момент отрыва. Практически это может быть обращенный назад уступ, две (или более) поперечные плас-

* В таксационных описаниях лесосек приведены средние значения характеристик реального древостоя. Поэтому проверку на согласие средних и дисперсий натуральных и модельных параметров по соответствующим критериям не проводили.

тины, пространство между которыми заполнено жидкостью. Рециркулирующее течение возникает за таким гасителем как в естественном виде, так и при введении в него вторичного дополнительного препятствия, например пластины такой же высоты.

Скорость невозмущенного транзитного потока примем равномерно распределенной, равной U . Одновременно будем считать ее масштабной единицей безразмерной скорости. Для упрощения математических выражений введем три системы координат: (x, y) , (x_*, y_*) и (x_{**}, y_{**}) . При этом (рис. 1): ось Ox_* — внешняя высокоскоростная граница возмущенной области (области смешения); ось Ox_{**} — условная граница, через которую вытесняется часть транзитного расхода в результате дефекта скоростей при сдвиговом течении; ось Ox — условная граница транзитного и рециркулирующего течения. При отсутствии сжатия потока она параллельна его главному направлению.

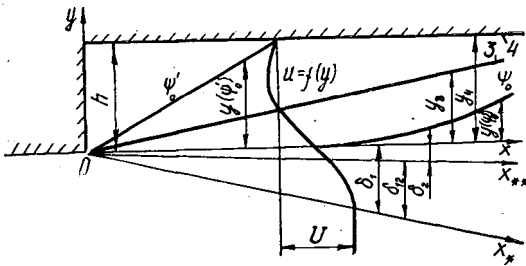


Рис. 1. Расчетная схема

Две последние оси являются границами лишь при условии свободного распространения возмущенного струйного течения (или при малых x). Данное условие здесь рассматривается как базовое при переходе к ограниченности струи продольной твердой границей [2, с. 17], что ведет к смещению указанных границ от осей и, наконец, к замыканию рециркуляции. Однако по всей длине струи оси соответствуют вполне определенным фазам распределения скоростей.

Из экспериментальных исследований свободной плоскости струи [11] известно, что распределение скорости в области смешения при различных x обладает свойством афинности и небольшим углом раствора. Следовательно, масштабная единица δ_+ поперечного размера y прямо пропорциональна x и относительно нее все три координатные системы допустимо считать прямоугольными декартовыми и параллельными друг другу, а распределение скоростей искать в единой функциональной форме.

Дополнительно в расчетной схеме указаны: внутренняя нулевая линия тока рециркуляции ψ_0 ; линия нулевых скоростей между прямым и обратным расходами рециркуляции (β); внешняя нулевая линия тока рециркуляции ψ'_0 , которая при ограниченности течения совпадает с границей потока 4.

Допустим, что и плотность полного секундного импульса скорости u всей возмущенной области течения, отнесенного к единице массы, выражается формулой

$$s = u^2 + l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y_*} + au \right)^2. \quad (1)$$

Второе слагаемое в правой части введено для оценки турбулентности потока. Оно комплексно учитывает внутренние потери импульса (пульсации, нагрев и др.) при трансформации градиента скорости, по-

лученного в результате сдвига, в новую (присоединенную) скорость, за счет которой расширяется струя. В частности, равенство нулю выражения в скобках приводит к распределению скорости, асимптотически приближающемуся к нулю, что по характеру близко к квазипотенциальной части ламинарного вихря [5, с. 419]. Величина l предположительно имеет тот же физический смысл, что и путь смещения в формуле Прандтля [5, с. 631]; a — коэффициент пропорциональности.

Определим функцию скорости исходя из ее наиболее энергетически выгодного распределения по условию минимизации функционала

$$I = \int [u^2 + l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y_*} + au \right)^2] dy_*. \quad (2)$$

Для определения u используем известное уравнение Эйлера [7, с. 205]

$$s \frac{\partial u}{\partial y_*} \frac{\partial u}{\partial y_*} \frac{\partial^2 u}{\partial y_*^2} + s \frac{\partial u}{\partial y_*} \frac{\partial u}{\partial y_*} + s \frac{\partial u}{\partial y_*} - s u = 0, \quad (3)$$

где символы при s означают порядок дифференцирования выражения (1):

$$s \frac{\partial u}{\partial y_*} \frac{\partial u}{\partial y_*} = 2l^2; \quad (4)$$

$$s \frac{\partial u}{\partial y_*} = 2l^2 a; \quad (5)$$

$$s_{y_*} = 0; \quad (6)$$

$$s_u = 2u + 2l^2 a \frac{\partial u}{\partial y_*} + 2l^2 a^2 u. \quad (7)$$

Подставляя все эти выражения в (3), имеем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y_*^2} - (a^2 + l^{-2}) u = 0. \quad (8)$$

Корни характеристического уравнения

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{a^2 + l^{-2}}, \quad (9)$$

или

$$k_1 = -|a + il^{-1}|; \quad (10)$$

$$k_2 = |a + il^{-1}|. \quad (11)$$

Таким образом, общее решение (8) для всей возмущенной области течения имеет вид

$$u = C_1 e^{-ay_*} \cos l^{-1} y_* + C_2 e^{-ay_*} \sin l^{-1} y_*. \quad (12)$$

При положительных показателях степени e^{-ay_*} $u = 0$, так как очевидно условие $u \rightarrow 0$ при $y_* \rightarrow \infty$.

В области течения между осями Ox_* и Ox (толщиной $\delta_1 = \delta_{21} + \delta_2$) присоединенная скорость не возникает, поэтому в выражении (1) $a = 0$. Тогда

$$u = C_1 \cos l^{-1} y_* + C_2 \sin l^{-1} y_*; \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y_*} = C_2 l^{-1} \cos l^{-1} y_* + C_1 l^{-1} \sin l^{-1} y_*. \quad (14)$$

Полагая при $y_* = 0$ $u = U$ и $du/dy_* = 0$, получаем $C_2 = 0$ и

$$u = U \cos l^{-1} y_* \quad (15)$$

Осуществим привязку всех осей через распределение скоростей. При вытеснении транзитного расхода через ось Ox_{**} из области δ_{21} в область δ_2 действует условие несжимаемости

$$U \delta_{21} - \int_0^{\delta_{21}} u dy_* = \int_{\delta_{21}}^{\delta_1} u dy_*, \quad (16)$$

или

$$\int_0^{\delta_{21}} (1 - \cos l^{-1} y_*) dy_* = \int_{\delta_{21}}^{\delta_1} \cos l^{-1} y_* dy_* \quad (17)$$

Решив (17), найдем

$$\delta_{21} l^{-1} = \sin \delta_1 l^{-1} \quad (18)$$

Пропорциональная зависимость турбулентных пульсаций и градиента скорости [11] позволяет выразить плотность поперечного потока кинетической энергии q_y [4, с. 248] как

$$q_y = Ku \frac{\partial u}{\partial y_*}, \quad (19)$$

где K — коэффициент пропорциональности.

Ось Ox_{**} как граница вытеснения расхода соответствует максимальному значению q_y . Из условия $q'_y = 0$ с учетом (15) получим

$$y_* = \delta_{21} = \pi l / 4. \quad (20)$$

Оптимальное положение оси Ox_{**} может быть также определено из анализа уравнения турбулентного переноса импульса для полученной здесь функции u . В этом случае минимизация по ординате импульса, затраченного на вытеснение расхода, в отношении к освобожденному в результате вытеснения импульсу, дает такой же результат.

Решая (18) и (20), находим положение оси Ox :

$$y_* = \delta_1 = 0,903l. \quad (21)$$

Приняв масштабную единицу длины

$$\delta_+ = \pi l / 2, \quad (22)$$

получим

$$\delta_{21} = 0,5\delta_+; \quad \delta_1 = 0,575\delta_+; \quad \delta_2 = 0,075\delta_+. \quad (23)$$

Линейный размер l в пределах области δ_1 обозначим l_0 , так как здесь он постоянен относительно δ_+ (или x) и равен

$$l_0 = 2\pi^{-1}\delta_+. \quad (24)$$

Таким образом, распределение скорости в этой области полностью определено. Переходя к координате

$$y = y_* - \delta_1 \quad (25)$$

для всех $y \leq 0$, окончательно находим

$$u = U \cos (l_0^{-1} y + l_0^{-1} \delta_1); \quad (26)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -Ul_0^{-1} \sin (l_0^{-1} y + l_0^{-1} \delta_1). \quad (27)$$

Аналогично получаем расчетные зависимости для области $y \geq 0$:

$$u = U_1 e^{-ay} \cos(l^{-1}y + l_0^{-1}\delta_1); \quad (28)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = U_1 [-a e^{-ay} \cos(l^{-1}y + l_0^{-1}\delta_1) - l^{-1} e^{-ay} \sin(l^{-1}y + l_0^{-1}\delta_1)]. \quad (29)$$

При непрерывности распределения скорости и градиента для $y = 0$ выполняется равенство $U_1 = U$. Приравнявая формулы (27) и (29), находим

$$a = (l_0^{-1} - l^{-1}) \operatorname{tg} l_0^{-1} \delta_1, \quad (30)$$

или

$$l = 4 [\pi(2 - a)]^{-1}. \quad (31)$$

Значения l и a являются переменными по x и зависят от ограниченности течения. Для их определения введем условие равенства нулю интегральной относительной скорости рециркуляции:

$$Q = U_1^{-1} \int_{y(\psi_0)}^{y_4} u dy = 0, \quad (32)$$

где y_4 — координата границы потока.

Решение интеграла по уравнению (28) имеет вид

$$\begin{aligned} Q = l [e^{-ay(\psi_0)} \sin(l'y(\psi_0) + l_0^{-1}\delta_1)] - la [e^{-ay(\psi_0)} (a^2 + l^{-2})^{-1} \times \\ \times a \sin(l^{-1}y(\psi_0) + l_0^{-1}\delta_1) + l^{-1} \cos(l^{-1}y(\psi_0) + l_0\delta_1)] - \\ - l [e^{-ay_4} \sin(l'y_4 + l_0^{-1}\delta_1)] - la [e^{-ay_4} (a^2 + l^{-2})^{-1} \times \\ \times a \sin(l^{-1}y_4 + l_0^{-1}\delta_1) + l^{-1} \cos(l^{-1}y_4 + l_0^{-1}\delta_1) + \\ + l^{-1} \cos(l^{-1}y_4 + l_0\delta_1)] = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Согласно выражениям (1) и (28), плотность распределения импульса продольного течения

$$s = s(0) e^{-2ay}, \quad (34)$$

где $s(0)$ — плотность распределения импульса при $y = 0$, равная U_1^2 .

При малых x ($y_4 \rightarrow \infty$) граница практически не влияет на распределение скорости рециркуляции. В случае ограниченности течения, когда $s(y_4)$ заметно отличается от нуля, неизбежно отражение части импульса от границы и возвращение его в область транзитного течения. Тогда плотность поперечного потока импульса через нулевую линию тока уменьшается на соответствующую величину, что означает смещение ψ_0 в сторону более низкого градиента скорости ($y(\psi_0) > 0$), т. е. ее отрыв от оси Ox . Если пренебречь незначительной долей импульса, расходуемого на трение о твердую гладкую границу, то условие отражения будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty s(0) e^{-2ay} dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_{y_4}^\infty s(0) e^{-2ay} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{y(\psi_0)}^\infty s(0) e^{-2ay} dy. \quad (35)$$

Первый член уравнения — плотность поперечного потока импульса в рециркулирующую зону с учетом отражения (свободное распространение импульса; правая часть — плотность потока импульса в рециркулирующую зону с учетом отражения. Решаем уравнение (35) в виде

$$aa_0^{-1} = e^{-2ay_4} + e^{-2ay_4(\psi_0)} \quad (36)$$

Крайняя точка рециркуляции является пересечением траекторий нулевой линии тока $y(\psi_0)$, линии нулевых скоростей y_3 и границы потока. Введя в уравнения (28), (31) и (36) условие равенства указанных координат и равенства скорости нулю, получим для $x = L$ (L — длина рециркулирующего течения) $a = 0,74\delta_+^{-1}$; $l = 1,01\delta_+$; $y_4 = 0,674\delta_+$. Тогда для любого сечения рециркуляции

$$y_4 = 0,674Lx^{-1}(1+A)\delta_+ \quad (37)$$

где A — параметр, учитывающий наличие и размер вторичного за гасителем препятствия (см. ниже), $A = 0$.

Масштабная единица длины

$$\delta_+ = 1,48hL^{-1}x \quad (38)$$

Значения y_4 для любого xL^{-1} вводят в условия (36), (32) и (31), из которых можно получить исходные данные для расчета скоростного поля. Результаты расчета для ряда сечений рециркуляции при $y \geq 0$ сведены в таблицу.

Параметр	Масштабная единица	Значения параметров для сечений рециркуляции xL^{-1}						
		0	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1
Единичное препятствие								
y_4	δ_+	∞	4,04	2,02	1,35	1,01	0,81	0,67
a	δ_+^{-1}	1,00	1,00	0,90	0,80	0,76	0,74	0,74
l	δ_+	1,27	1,27	1,15	1,06	1,02	1,01	1,01
Вторичное препятствие								
a	δ_+^{-1}	1,00	1,00	0,83	0,55	0,24	—	—
l	δ_+	1,27	1,27	1,09	0,88	0,72	—	—
U_1	U	1,00	1,00	0,90	0,67	0,39	—	—

Как видно из таблицы, при свободном распространении струи $a = 1,00$; $l = 4/\pi$. При любых $a > 1$ выполнение условия неразрывности (32) в несжимаемой среде оказывается невозможным. При $a < 1$ течение ограничено, если внешняя нулевая линия тока рециркуляции совпадает с границей потока.

Результаты расчета скорости показаны на рис. 2. Здесь же для сравнения приведены данные измерений при обтекании прямоугольного уступа [6]. Сравнение теоретической траектории внутренней нулевой линии тока с измеренной показывает, что максимальное ее отклонение составляет 6 % от высоты уступа h .

Согласно указаниям [4, с. 211], поперечный размер области смещения и, следовательно, длина рециркуляции могут быть найдены только экспериментально.

Измерения при обтекании уступа [10], проведенные Мюллером и Робертсоном, а также Тани и др., показывают, что L равна $7,0h$; в наиболее тщательных и широко поставленных опытах Брэдшоу и Вонга $L = 6,0h$. Согласно работе [6], длина оказалась равной $5,2h$. Измерения при обтекании плоского препятствия [1, 3, 9] показывают, что во всех случаях L находится в пределах 6...7 максимальных толщин рециркулирующих зон в сжатом сечении транзитного потока.

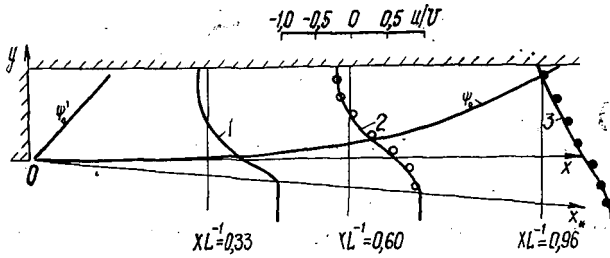


Рис. 2. Результаты расчета рециркулирующего течения ($L = 6h$): 1 — расчет поля безразмерных скоростей; 2 — изменение скоростей в сечении максимальной отрицательной скорости [6]; 3 — то же вблизи предельного сечения рециркуляции [6]

При введении в рециркуляцию вторичного препятствия (пластина или обращенный вперед уступ) характер течения несколько меняется. Условие неразрывности течения, в основе которого действуют приоритетные силы гравитации (по сравнению с силами турбулентной вязкости и инерции), обеспечивает замыкание нулевой линии тока с кромки гасителя на кромку вторичного препятствия (рис. 3). Установка его на расстоянии, близком L и более, ведет к прогибу нулевой линии тока внутрь рециркуляции и раздвоению последней.

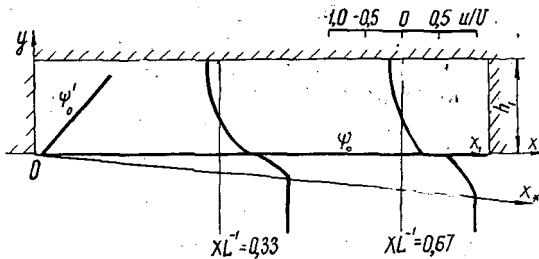


Рис. 3. Результаты расчета рециркулирующего течения при наличии вторичного препятствия ($x_1 = 5h$)

Рассмотрим наиболее простой случай, когда расстояние установки менее $0,7 \dots 0,8L$ и можно сделать допущение об отсутствии кривизны ψ_0 , т. е. при всех x

$$y(\psi_0) = 0. \tag{39}$$

В выпрямлении траектории нулевой линии тока проявляется действие положительного градиента давления от вторичного препятствия, который в расчете продольных скоростей непосредственно не учитывают. Угол между осью Ox и главным направлением потока при этом определяется разницей высот гасителя и вторичного препятствия h_1 , а также расстоянием между ними x_1 . Применительно к формуле (37)

$$A = (h_1 - h) x_1^{-1}, \tag{40}$$

причем A принимают неотрицательным.

Уменьшение плотности потока импульса в рециркулирующую зону вследствие отражения от твердой гладкой границы, как и прежде, описывается уравнением (35). Его решение при условии (39) в безразмерном виде

$$aa_0^{-1} = s(0) U^{-2} (e^{-2ay_1} + 1), \tag{41}$$

что выполнимо только при

$$s(0) U^{-2} \leq 1 \text{ или } U_1 \leq U, \quad (42)$$

причем в последнем выражении равенство имеет место только при свободном течении. Таким образом, на нулевой линии тока отмечается теоретический сдвиг в виде разрыва функций s , u и du/dy . Сдвиг по градиенту скорости, согласно выражению (29), определяется только величиной U_1 , следовательно, параметры a и l непосредственно от него не зависят и формулы (30) и (31) остаются справедливыми.

Необходимые исходные параметры определены по тем же формулам, что и в предыдущей схеме. Результаты расчета при наличии вторичного препятствия ($x_1 > 2/3 L$; $y \geq 0$; $A = 0$) сведены в таблицу. Для любой точки рециркуляции и транзитного потока скорости находят согласно формулам (26) и (28). При допущении существования условия (39), вплоть до конечного сечения $xL^{-1} = 1$, значения a , $s(0)$ и U_1 резко уменьшаются до нуля.

Таким образом, вторичное препятствие вызывает снижение скорости течения в экранированном пространстве потока. Легко убедиться, что увеличение геометрического параметра A (до некоторых пределов, зависящих от поперечного размера потока) ведет к большему снижению приграничных скоростей и взаимодействию потока с границей.

Эффект гашения скоростей с помощью тандема вертикальных щитов практически выразился, например, в ускоренном намораживании ледяного покрова реки в осенне-зимний период [8]. Оценка связи полученных характеристик потока с различными эксплуатационными свойствами требует отдельного рассмотрения.

Учитывая простую форму полученных решений и удовлетворительную точность результатов расчета, можно сделать вывод о приемлемости данной модели на практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Гагарин П. Н. Обоснование экологически чистого способа намораживания ледяных переправ // Лесн. журн.— 1989.— № 6.— С. 55—58.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Дмитриев Ю. Я. Гидравлические ускорители на лесосплаве.— М.: Лесн. пром-сть, 1971.— 200 с. [3]. Дурст Ф., Растоги А. К. Теоретические и экспериментальные течения исследования турбулентных течений с отрывом // Турбулентные сдвиговые течения. Т. 1. / Пер. с англ.; Под ред. А. С. Гиневского.— М.: Машиностроение, 1982.— С. 214—227. [4]. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. 6. Гидродинамика.— М.: Наука, 1988.— 736 с. [5]. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1987.— 840 с. [6]. Мосс В. Д., Бэкер С., Брэдбери Л. Дж. С. Измерения средней скорости и реинольдсовых напряжений в некоторых областях рециркулирующих течений // Турбулентные сдвиговые течения. Т. 1 / Пер. с англ.; Под ред. А. С. Гиневского.— М.: Машиностроение, 1982.— С. 203—213. [7]. Смирнов В. И. Курс высшей математики: В 4 т.— М.: Наука, 1974.— Т. 4.— 376 с. [8]. Харитонов В. Я., Гагарин П. Н. Река промерзает быстрее // Лесн. пром-сть, — 1989.— № 1.— С. 24—25. [9]. Arie M., Rouse H. Experiments in two-dimensional flow over a normal wall // J. Fluid Mech.— 1956.— 1/2.— P. 129—141. [10]. Bradshaw P., Wong F. Y. F. The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer // J. Fluid Mech.— 1972.— 52/1.— P. 113—135. [11]. Wygnanski I., Fielder H. E. The two-dimensional mixing region // J. Fluid Mech.— 1970.— 41/2.— P. 327—361.

Поступила 15 октября 1990 г.

УДК 539.384 : 625.576.4

ДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В НЕСУЩЕМ КАНАТЕ ПРИ ПАДЕНИИ НА НЕГО ДЕРЕВА

И. И. СЛЕПКО

Хмельницкий технологический институт

В работе [10] определены динамические усилия в несущих канатах при ударных нагрузках для случая расположения опор на одном уровне. В данной статье та же задача исследована при расположении опор на разных уровнях (рис. 1).

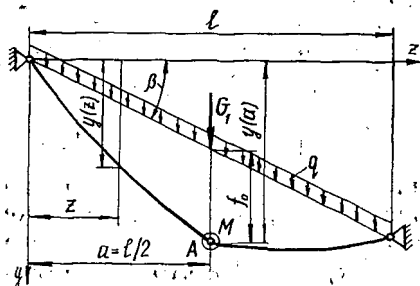


Рис. 1.

Для аналитического описания колебаний несущего каната после падения дерева на него воспользуемся уравнением Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial N}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

где K — кинетическая энергия системы;
 N — потенциальная энергия системы;
 Q_i, q_i — обобщенные силы и координаты;
 t — время.

Кинетическая энергия несущего каната с сосредоточенным грузом как одномассовой системы

$$K = M \dot{y}_d^2 / 2, \quad (2)$$

где M — приведенная масса системы;
 \dot{y}_d — скорость движения приведенной массы.

Согласно [4], приведенная масса системы

$$M = \left[\int_0^l m(z) y^2(z) dz + \sum_{i=1}^n m_i y^2(a_i) \right] / y^2(a), \quad (3)$$

где $m(z)$ — распределенная масса;
 $y(z)$ — главная форма колебаний каната;
 m_i — масса i -го сосредоточенного груза;
 $y(a_i)$ — провес каната в точке приложения i -го груза;
 $y(a)$ — провес каната в точке приведения массы.

Середину пролета несущего каната примем за точку приведения масс, поскольку положению груза в этой точке соответствует макси-