

УДК 51-7:625.72:630\*383

***Г.А. Борисов, В.Н. Земляченко, Г.И. Сидоренко***

Борисов Георгий Александрович родился в 1935 г., окончил в 1958 г. Ленинградский политехнический институт, кандидат технических наук, заведующий лабораторией моделирования природно-технических систем отдела МАД КНЦ РАН. Имеет 51 работу в области автоматизированного проектирования лесотранспорта.



Земляченко Виктор Николаевич родился в 1939 г., окончил в 1966 г. Петрозаводский государственный университет, научный сотрудник отдела МАД КНЦ РАН. Имеет 14 работ в области автоматизированного проектирования лесотранспорта.



Сидоренко Геннадий Иванович родился в 1956 г., окончил в 1979 г. Ленинградский политехнический институт, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела МАД КНЦ РАН. Имеет 9 работ в области автоматизированного проектирования лесотранспорта.



**ОПТИМАЛЬНОЕ ТРАССИРОВАНИЕ ЛЕСОВОЗНЫХ ДОРОГ**

Предложен метод оптимального трассирования лесовозной дороги, основанный на минимизации функционала затрат, связанных со строительством дороги и вывозкой по ней древесины.

лесовозные дороги, трассирование, минимизация затрат.

В настоящей статье рассматривается задача оптимального трассирования, т. е. определения оптимальной трассы для строительства лесовозной дороги. При решении этой задачи должны быть приняты во внимание две группы факторов.

А. Характер зависимости затрат на строительство и транспортировку для проектируемой дороги от условий местности и предполагаемого грузопотока.

В. Форма лесосырьевой базы и распределение по ней древесины; затраты на заготовку и погрузку; строительство вспомогательных дорог для подвозки груза к проектируемой дороге; использование существующих дорог для доставки груза в конечный пункт.

В отношении факторов А принимаем ряд допущений, достаточно реалистичных в условиях равнинной и слабопересеченной местности.

А1. Затраты на строительство дороги пропорциональны ее длине и зависят от категории дороги: чем выше категория, тем больше затраты (при той же длине). Соответствующий коэффициент пропорциональности назовем удельными строительными затратами и обозначим через  $\delta C_i$ , где  $i$  – категория дороги. Значения  $\delta C_i$  должны быть рассчитаны с учетом показателей местности – рельефа, гидрогеологических условий, заболоченности и т. д., как предписывается известными нормативами [5, 6].

А2. Затраты на транспортировку пропорциональны величине перевозимого груза и расстоянию перевозки и зависят от категории дороги: чем они выше, тем меньше относительные затраты (при той же величине перевозимого груза и расстоянии перевозки). Коэффициент пропорциональности для дороги категории  $i$  обозначим через  $\delta T_i$  и назовем удельными транспортными затратами.

При вывозке леса используют дороги следующих категорий (в порядке понижения): магистрали, ветки, усы, волоки (последние для транспортных средств высокой проходимости: тракторов, валочно-трелевочных машин и т. д.).

Из допущений А1 и А2 непосредственно следуют некоторые выводы относительно поведения затрат на строительство и транспортировку в зависимости от трассы дороги и распределения по ней груза.

Пусть трасса проектируемой дороги представлена заданной в явном виде плоской кривой  $f = f(t)$ , где  $a_1 \leq t \leq a_2$ , а «интегральное» распределение вдоль трассы дороги подвезенного к ней груза выражается функцией  $W$  от двух переменных:  $W(\xi, \eta)$  есть суммарная величина груза на отрезке кривой  $f$  в границах  $a_1 \leq \xi \leq \eta \leq a_2$ .

Учитывая, что дифференциал дуги для кривой  $f(t)$  есть  $[1 + (f'(t))^2]^{1/2} dt$ , для дороги  $f(t)$  типа  $i$  из условий А1 и А2 получаем следующие выражения  $JC_i[f(t)]$  и  $JT_i[f(t)]$  суммарных строительных и транспортных затрат:

$$JC_i[f(t)] = \delta C_i \int_{a_1}^{a_2} \sqrt{1 + (f'(\xi))^2} d\xi; \quad JT_i[f(t)] = \delta T_i \int_{a_1}^{a_2} W(\xi, a_2) \sqrt{1 + (f'(\xi))^2} d\xi, \quad (1)$$

Если дорога  $f(t)$  есть прямолинейный отрезок с равномерным распределением груза, то выполняется равенство  $W(\xi, a_2) = a_2 - \xi$ , так что затраты на строительство и транспортировку определяют по формулам

$$JC_i [f(t)] = \delta C_i (a_2 - a_1); JT_i [f(t)] = 1/2 \delta T_i (a_2 - a_1)^2. \quad (2)$$

Для факторов В также принимаем ряд допущений (рис. 1).

В1. Лесосырьевая база есть прямоугольник размером  $a \times b$ , равномерно покрытый лесом.

В2. Затраты на собственно заготовку древесины и погрузку зависят только от площади лесосырьевой базы.

В3. По левой границе базы проходит существующая дорога категории 1 (изображенная жирной линией).

В4. Проектируемая дорога задана в виде плоской кривой  $y(x)$  и имеет категорию 2; груз по ней доставляют в точку примыкания  $s$  к существующей дороге.

В5. Из точки  $s$  груз транспортируют в точку 0; затраты на последующую доставку груза в конечный пункт есть константа, не зависящая от  $y(x)$ .

В6. Подвозку груза к дороге  $y(x)$  осуществляют по вспомогательным дорогам категории 3 (вертикальные отрезки со стрелками).

Общие затраты, связанные со строительством всех необходимых дорог и вывозкой древесины, обозначим через  $J$ , а затраты по категориям дорог – через  $J_3, J_2$  и  $J_1$  (перечисленным в порядке прохождения по ним груза, совпадающем с порядком повышения категорий), полагая  $J = J_3 + J_2 + J_1$ . Для любого  $i = 1, 2, 3$  через  $JC_i$  и  $JT_i$  обозначают строительные и транспортные затраты, причем предполагают, что  $J = JC_3 + JT_3$ .

Для вспомогательных дорог, по которым груз доставляют к проектируемой дороге, должны быть рассмотрены две возможности.

1. Строительные затраты отсутствуют или настолько малы, что их можно считать нулевыми. В этом случае имеет смысл использовать «непрерывную» модель доставки груза к дороге: груз с бесконечно малой площадки транспортируют по вертикальной прямой в ближайшую точку проектируемой дороги  $y(x)$ .

2. Удельные строительные затраты отличны от нуля. В этом случае надо использовать «дискретную» модель доставки груза: имеется только конечное число вертикальных дорог, примыкающих к  $y(x)$ . Все величины, связанные с дискретной моделью, будем обозначать  $J', J' C_3, J' T_3, J' C_2, J' T_2$ .

### Построение функционала затрат

Затраты  $J_3$  и  $J'_3$ . В  $J_3$  необходимо учесть затраты на строительство всех дорог категории 3 и доставку по ним к дороге  $y(x)$  всего груза с территории лесосырьевой базы; соответствующие величины обозначим через  $JC_3$  и  $JT_3$ .

Если эти дороги являются волоками, то можно пренебречь затратами на строительство, поскольку таковые сводятся к заблаговременной заготов-

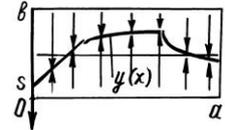


Рис. 1.

ке леса на трассах волоков, т. е. можно принять  $\delta C_3 = 0$ . В этом случае для вычисления транспортных затрат правомерно использовать выражение

$$JC_3 = 0; \quad JT_3 = 1/2 \delta T_3 \int_0^a [y'(x) + (b - y(x))]^2 dx.$$

Если дороги третьей категории представляют собой усы или ветки, то затраты на строительство являются ненулевыми, так что дорог может быть только конечное число. Пусть имеется  $N$  таких дорог и дорога с номером  $i$  проходит по вертикали  $x = x_i$ . Затраты, обозначаемые в данном случае через  $J'C_3$  и  $J'T_3$ , выражаются следующим образом:

$$J'C_3 = \delta C_3 bN; \quad J'T_3 = 1/2 \delta T_3 \sum_{i=1}^N [y'(x_i) + (b - y(x_i))]^2.$$

Затраты  $J_2$  и  $J'_2$ . Если доставка к дороге  $y(x)$  происходит в «непрерывном» варианте, т. е. по дорогам с нулевыми затратами на строительство, то (рис. 2) с учетом того, что «интегральное» распределение груза на  $y(x)$  есть  $W(\xi, a) = b(a - x)$ , из (1) и (2) получаем следующие выражения для строительных и транспортных затрат:

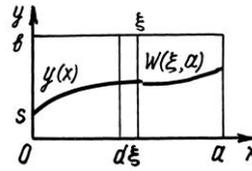


Рис. 2.

$$JC_2 [y(x)] = \delta C_2 \int_0^a \sqrt{1 + (y')^2} dx; \quad JT_2 [y(x)] = \delta T_2 b \int_0^a (a - x) \sqrt{1 + (y')^2} dx.$$

Если доставка к дороге осуществляется в «дискретном» варианте, т. е. по конечному числу дорог  $N$ , то применимы те же, что и в «непрерывном» варианте, формулы для подсчета строительных и транспортных затрат. Различие в том, что функция  $W(\xi, a)$  имеет ступенчатый характер, изменяясь скачком в точках  $\xi = x_i$  примыкания вертикальных дорог категории 3.

Однако в силу допущений А1 и А2 отрезок линии  $y(x)$  между любыми двумя последовательными точками примыкания вертикальных дорог должен теперь быть прямолинейным отрезком. Иначе говоря, кривая  $y(x)$  в этом случае есть ломаная, состоящая из прямолинейных отрезков. Пусть длина отрезка ломаной между последовательными точками примыкания  $(x_i, y(x_i))$  и  $(x_{i+1}, y(x_{i+1}))$  есть  $L_i$  и  $x_0 = 0$ . Тогда затраты, обозначаемые в данном случае через  $J'C_2$  и  $J'T_2$ , выражаются формулами

$$J'C_2 = \delta C_2 \sum_{i=0}^N L_i; \quad J'T_2 = \delta C_2 b \sum_{i=0}^N L_i (a - x_i).$$

Ради краткости отметим, что формула для  $J'T_2$  приведена в несколько упрощенном виде и не учитывает затрат для вертикальной полосы между  $x_0$  и  $x_1$ .

Затраты  $J_1$  и  $J'_1$ . Соответствующая дорога – единственная и представляет собой отрезок существующей дороги от точки  $s$  до начала координат. Затраты на строительство – нулевые (поскольку дорога уже есть), а затраты на транспортировку равны  $\delta T_1 y(0)$  и одинаковы в дискретной и непрерывной моделях.

*Минимизация функционала затрат*

После построения функционала затрат задача оптимального трассирования лесовозной дороги состоит в построении функции  $y^*(x)$ , минимизирующей значение функционалов  $J$  (для непрерывной модели) или  $J'$  (для дискретной модели).

Обычным средством решения этой задачи для непрерывной модели является уравнение Эйлера. Ввиду наличия в функционале члена  $[1 + (y')^2]^{1/2}$  уравнение в данном случае получается нелинейным и, по видимому, трудно решаемым. Учитывая, что точность исходных данных для нашей задачи относительно невелика, как и точность реализации кривой  $y^*(x)$  в виде «настоящей» дороги, произведем линеаризацию указанного члена с тем, чтобы можно было получить достаточно простое уравнение Эйлера:

$$\sqrt{1+(y')^2} \approx 1+1/2 (y')^2.$$

Уравнение Эйлера для упрощенного таким образом функционала имеет вид

$$(A_1 + A_2x) y'' + A_3y' + A_4y = A_5,$$

где  $A_1, \dots, A_5$  – величины, выражающиеся через константы, входящие в функционал.

Решение этого уравнения (при соответствующих граничных условиях) может быть выражено через функции Бесселя и Макдональда [3].

При выполнении решения в дискретной модели нужно минимизировать функционал  $J'$ , рассматривая его как функцию переменных  $x_1, \dots, x_N$ . Соответствующая программа, работающая достаточно эффективно даже на маломощных компьютерах, была создана научным сотрудником Карельского НЦ РАН С.П. Андреевой.

Были проведены численные эксперименты по решению задачи как для непрерывной, так и для дискретной моделей. Установлено, что при типичных условиях уменьшение затрат по сравнению с традиционным вариантом [4] размещения дороги по средней линии составляет 5,20 %; по сравнению с вариантом со смещением от средней линии [1] – 3,26 %.

Предлагаемая методика оптимального трассирования лесовозных дорог защищена авторским свидетельством на изобретение [2]; в качестве прототипа использовалось изобретение [1].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. 908980 СССР, МКИ<sup>3</sup> Е 01 С 1/00. Способ трассировки лесовозных дорог / В.А. Горбачевский, В.В. Горбачевский, И.А. Добротворская, Н.Ф. Корнейчук, Б.М. Козловский, А.И. Эпштейн (СССР). – № 2913087/29-33; Заявлено 14.04.80; Опубл. 28.02.82, Бюл. № 8 // Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки. – 1982. – № 8. – С. 124.

2. А.с. 1740519 РФ, МКИ<sup>5</sup> Е 01 С 1/00. Способ трассировки лесовозных дорог / Г.А. Борисов, В.Н. Земляченко, Г.И. Сидоренко (РФ). – № 4160829/63; Заяв-

лено 15.12.86; Оpubл. 15.06.92, Бюл. № 22 // Изобретения. – 1992. – № 22. – С. 98.

3. *Борисов Г.А., Земляченко В.Н., Сидоренко Г.И.* Способ трассирования лесовозных дорог // Методы автоматизированного проектирования транспортных сетей. – Петрозаводск: КарФ АН СССР, 1989.

4. *Ильин Б.А., Кувалдин Б.И.* Проектирование, строительство и эксплуатация лесовозных дорог. – М.: Лесн. пром-сть, 1982.

5. Нормы технологического проектирования и технико-экономические показатели по автомобильному транспорту предприятий лесного хозяйства. – М.: Госкомплексхоз СССР, 1982.

6. Технико-экономические показатели для проектирования лесозаготовительных предприятий. – Л.: Гипролестранс, 1970.

Карельский НЦ РАН

Поступила 10.03.99

*G.A. Borisov, V.N. Zemlyachenko, G.I. Sidorenko*  
**Optimum Designing of the Forest Track**

The method for optimum designing of the forest track layout is suggested, which is based on the minimization of the road building and transportation costs.

---