УДК 630*36.001.573

В.И. КУЧЕРЯВЫЙ, В.Д. ЧАРКОВ

Ухтинский индустриальный институт

Чарков Владимир Дмитриевич родился в 1939 г., окончил в 1964 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Ухтинского индустриального института. Имеет более 40 научных трудов по численным методам расчета прочности конструкций.

Кучерявый Василий Иванович родился в 1953 г., окончил в 1977 г. Ленинградскую лесотехническую академию, в 1991 г. Ленинградский государственный университет, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики Ухтинского индустриального института. Имеет около 70 печатных работ в области разработки новых методов расчета прочности и прогнозирования надежности лесозаготовительных машин (ЛЗМ), вероятностного проектирования и статистической динамики конструкций ЛЗМ, моделирования на ПЭВМ ресурса деталей и прогнозирования их потребности.

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ЛЕСНЫХ МАШИН ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Рассмотрена расчетная схема детали лесной машины при случайном циклическом кручении. Получено уравнение для расчета математического ожидания диаметра детали по заданной вероятности неразрушения. Исследована чувствительность надежности детали к изменчивости предела выносливости, момента и допуска для диаметра.

The design scheme of forest machine parts has been examined at random cyclic torsion. The equation has been obtained for calculating the mathematical expectation of the part diameter based on the designed non-failure probability. The sensitivity of the part reliability has been investigated in relation to the variability of fatigue limit, moment and diameter tolerance.

Множество деталей лесных машин (ЛМ) сводится к расчетной схеме вала, работающего на циклическое кручение со случайной амплитудой крутящего момента $\widetilde{M}$. По совокупности однотипных деталей диаметр вала d и предел выносливости τ_{-1} материала – величины случайные. В дальнейшем их обозначаем $\widetilde{d}$ и $\widetilde{\tau}_{-1}$. На этапе проектирования, когда объем статистических данных ограничен, допускаем, что $\widetilde{M}$, $\widetilde{d}$, $\widetilde{\tau}_{-1}$ нормально распределены, известны их математические ожидания (МО): $\overline{M}$, $\overline{d}$, $\overline{\tau}_{-1}$ и стандартные отклонения (СО): s_1, s_2, s_0.

Цель нашего исследования – по заданной нормативной надежности R (вероятности неразрушения) найти МО диаметра вала. Это типичная задача вероятностного проектирования, которая наименее исследована в теории надежности конструкций ЛМ.

Известно, что в данном случае касательные напряжения кручения в опасной точке – это функция двух независимых случайных аргументов:

$$\tilde{\tau} = f(\tilde{M}, \tilde{d}) = (16\,\overline{M}) / (\pi \tilde{d}^3). \qquad (1)$$

По этой формуле методом квадратичной аппроксимации приближенно находим МО ($\tilde{\tau}$) и дисперсию (s^2) [1]:

$$\overline{\tau} = (16\,\overline{M}) / (\pi \overline{d}^3) + (1/2)\,[\,(\partial^2 \overline{\tau} / \partial \overline{M}^2)\, s_1^2 + (\partial^2 \overline{\tau} / \partial \overline{d}^2)\, s_2^2\,]; \qquad (2)$$

$$s^2 = (\partial \overline{\tau} / \partial \overline{M})^2 s_2^2 + (\partial \overline{\tau} / \partial \overline{d})^2 s_2^2 + (1/2)\,[(\partial^2 \overline{\tau} / \partial \overline{M}^2)^2 s_1^4 +$$
$$+ (\partial^2 \overline{\tau} / \partial \overline{d}^2)^2 s_2^4\,] + (\partial^2 \overline{\tau} / \partial \overline{M} \cdot \partial \overline{d})^2 s_1^2 s_2^2. \qquad (3)$$

Представим СО диаметра как $s_2 = (\beta/3)\,\overline{d}$, где β – допуск в относительных единицах. Применив к выражению (1) преобразования (2) и (3), получим МО и дисперсию для $\tilde{\tau}$ в развернутом виде:

$$\overline{\tau} = [1 + (2/3)\,\beta^2]\; 16\,\pi^{-1}\, \overline{M}\, \overline{d}^{-3}; \qquad (4)$$

$$s^2 = (16\pi^{-1})^2\; [(1+\beta^2)\, s_1^2 + \beta^2\,(1 + (8/9)\,\beta^2)\, \overline{M}^2\,]\, \overline{d}^{-6}. \qquad (5)$$

При нормальном распределении $\overline{\tau}_{-1}$ и $\overline{\tau}$ вероятность неразрушения R (параметр надежности детали) определяем по выражению [2]

$$R = \Phi\,[z], \qquad (6)$$

где $\Phi\,[z]$ – интеграл вероятностей,

$$\Phi\,[z] = (\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{-\infty}^{z} \exp(-u^2/2)\,du;$$

z – его аргумент,

$$z = (\overline{\tau}_{-1} - \overline{\tau}) / (s_0^2 + s^2)^{1/2}. \qquad (7)$$

Из таблиц по z выбираем R.

Формулу (7) принято называть уравнением связи. Подставляем (4) и (5) в (7) и получаем уравнение связи:

$$z = \frac{\left[\overline{\tau}_{-1} - (1 + (2/3)\beta^2)(16\pi^{-1}\overline{M}\overline{d}^{-3})\right]}{\sqrt{s_0^2 + (16\,\pi^{-1})^2\left[(1+\beta^2)s_1^2 + \beta^2(1 + (8/9)\beta^2)\overline{M}^2\right]\overline{d}^{-6}}}. \qquad (8)$$

Решая (8) относительно МО диаметра $\overline{d}$, получаем

$$b_1 \overline{d}^6 - b_2\, \overline{d}^3 + b_3 = 0. \qquad (9)$$

Коэффициенты b_1, b_2, b_3 определяем по формулам

$$b_1 = [\,\overline{\tau}_{-1} - (z\ s_0)^2]; \qquad (10)$$

$$b_2 = (1 + (2/3)\ \beta^2) \cdot 32\ \pi^{-1}\ \overline{M}\ \ \overline{\tau}_{-1}; \qquad (11)$$

$$b_3 = (16\ \pi^{-1})\{[(1 + (2/3)\ \beta^2 \overline{M}\ ]^2 - z^2[(1 + \beta^2)\ s_1^2 + \beta^2(1 + (8/9)\ \beta^2\ \overline{M}^2\ \}. \qquad (12)$$

Выполним численную реализацию предложенного алгоритма. Требуется найти МО диаметра вновь проектируемой полуоси автолесовоза при заданной надежности R = 0,975, которой соответствует z = 1,96; исходные данные: $\overline{M}$ = 4,2 · 10^{-3} МН·м, s_1 = 0,42 · 10^{-3} МН·м; $\overline{\tau}_{-1}$ = 180 МПа, s_0 = 18 МПа; допуск β = 0,02. По формулам (10)–(12) вычисляем коэффициенты: b_1 = 31155, 3;, b_2 = 7,703; b_3 = 4,395 · 10^{-4}. Уравнение (9)

Стандартное отклонение	z	R	Стандартное отклонение	z	R
	s_0				
0,9	3,21	0,9993	5,46	1,76	0,9604
5,4	3,00	0,9986	6,30	1,63	0,9485
9,0	2,67	0,9965	7,14	1,52	0,9351
12,6	2,38	0,9913	7,98	1,41	0,9208
16,2	2,09	0,9816	8,82	1,32	0,9060
19,8	1,84	0,9673	10,08	1,19	0,8836
23,4	1,64	0,9491		β	
27,0	1,47	0,9287	0,010	1,98	0,9757
30,6	1,33	0,9074	0,015	1,97	0,9754
34,2	1,21	0,8861	0,020	1,96	0,9750
37,8	1,11	0,8655	0,025	1,95	0,9745
43,2	0,98	0,8366	0,035	1,93	0,9731
	$s_1 \cdot 10^4$		0,045	1,90	0,9711
0,21	2,44	0,9927	0,050	1,88	0,9701
1,26	2,38	0,9915	0,055	1,86	0,9688
2,10	2,29	0,9890	0,060	1,84	0,9674
2,94	2,17	0,9849	0,065	1,82	0,9658
3,78	2,03	0,9788	0,070	1,80	0,9642
4,62	1,89	0,9707	0,075	1,78	0,9623

сводится к биквадратному и дает два положительных корня для МО диаметра: $\overline{d}_1$ = 54,05 · 10^{-3} м, $\overline{d}_2$ = 47,71 · 10^{-3} м. Первый корень $\overline{d}_1$ обеспечивает заданную надежность R = 0,975, второй корень $\overline{d}_2$ приводит к вероятности отказа, равной 0,025.

При найденном $\overline{d}_1$ = 54,05 · 10^{-3} м по (8) находим z , а затем по (6) исследуем зависимость параметра надежности R от изменения СО: момента s_1 (МН · м), предела выносливости s_0 (МПа) и допуска β. Полученные на ПЭВМ данные представлены в таблице. Отсюда видно, что R наиболее чувствительна к изменчивости предела выносливости s_0 и эксплуатационного крутящего момента s_1, менее – к допуску β.

Данную методику применяли на заводе «Ухталесмаш» для расчета оптимального уровня надежности вновь проектируемых конструкций ЛМ по критерию минимальной металлоемкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969. - 576 с.
[2]. Когаев В.П., Дроздов Ю.Н. Прочность и износостойкость деталей машин. - М.: Высш. шк., 1991. - 319 с.

Поступила 26 июня 1995 г.