

УДК 621.311

## ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ ЛЕСОПИЛЬНОЙ РАМЫ

© С.П. Агеев, д-р техн. наук, доц.

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,  
наб. Северной Двины, д. 17, г. Архангельск, Россия, 163002;

e-mail: doctor.mart11@mail.ru

Нормирование удельных расходов энергии на деревообрабатывающих предприятиях строится в соответствии с расчленением производства, с одной стороны, на отдельные операции и процессы по видам производимой продукции, с другой – на отдельные участки (агрегаты, цехи, предприятие в целом). В соответствии с этим различают операционные удельные нормы по отдельным операциям и суммарные удельные нормы по отдельным производственным процессам. Целью настоящей статьи явилось изложение подхода к установлению операционной нормы удельного расхода электроэнергии на выполнение операций распиловки древесины на лесопильных рамах с учетом вероятностных характеристик пиловочного сырья. Для проведения исследований предложена линейная математическая модель графика электропотребления механизма резания главного привода лесопильной рамы, использованы методы теории вероятностей. На основе применения методов теории вероятностей найдены законы распределения максимальной мощности, общего и удельного электропотребления за эффективное и операционное время цикла, а также их числовые характеристики, установлены зависимости показателей линейной модели электропотребления от геометрических характеристик распиливаемого сырья и параметров режима лесопильных рам. Полученные результаты могут быть использованы при решении вопросов нормирования и планирования электропотребления процессов лесопиления. Установлено, что основные показатели линейной модели электропотребления лесопильной рамы являются случайными величинами, распределенными не по закону Гаусса. Однако вид графика плотности распределения позволил аппроксимировать его законом нормального распределения, при этом их основные характеристики сохранились. Ошибка аппроксимации составила не более 0,02 %. Получены формулы расчета показателей электропотребления в зависимости от геометрических характеристик пиловочного сырья.

*Ключевые слова:* лесопильная рама, рабочий цикл лесопильной рамы, мощность, абсолютный и удельный расходы электроэнергии, плотность распределения вероятностей, геометрические характеристики распиливаемого сырья.

В настоящее время вопросы рационального использования энергетических ресурсов приобретают все большее значение в различных отраслях промышленности. Лесопиление является основополагающим в механической обработке древесины и представляет собой сложный энергоемкий процесс. Энергозатраты на производство пилопродукции иногда необоснованно завы-

шены, что во многом определяется несогласованностью энергетических свойств оборудования с технологическими операциями.

Нормирование удельных расходов энергии на деревообрабатывающих предприятиях строится в соответствии с расчленением производства, с одной стороны, на отдельные операции и процессы по видам производимой продукции, с другой – на отдельные участки (агрегаты, цехи, предприятие в целом). В соответствии с этим различают операционные удельные нормы по отдельным операциям и суммарные удельные нормы по отдельным производственным процессам [3].

Потребление электроэнергии приемниками лесопильного производства зависит от многих технологических факторов, большинство из которых не учитываются при анализе и планировании электропотребления. Характерной особенностью технологического процесса лесопиления является то, что в нем постоянно проявляется воздействие случайных факторов (форма и размеры пиловочных сортиментов, изменчивость продолжительности технологических операций и т. д.) [1].

Одним из способов повышения точности расчета операционных норм является использование в качестве исходной информации показателей индивидуальных графиков нагрузки энергоемких потребителей или их моделей.

Цель настоящей статьи – изложение подхода к установлению операционной нормы удельного расхода электроэнергии на выполнение операций распиловки древесины на лесопильных рамах (ЛР) с учетом вероятностных характеристик пиловочного сырья.

На рис. 1 представлена линейная модель графика нагрузки лесопильной рамы, задаваемая следующей формулой:

$$P(t) = \begin{cases} P_{\min} + \frac{P_{\max} - P_{\min}}{\tau_{\text{Э}}} t & \text{при } 0 \leq t \leq \tau_{\text{Э}}; \\ P_{\text{В}} & \text{при } \tau_{\text{Э}} < t \leq \tau_{\text{О}}, \end{cases}$$

где  $P_{\min}$ ,  $P_{\max}$ ,  $P_{\text{В}}$  – минимальное значение мощности, потребляемой двигателем главного привода ЛР в начале рабочего цикла; максимальное значение мощности, имеющей место в конце эффективного времени цикла; мощность потребляемая во вспомогательном времени цикла;

$\tau_{\text{Э}}$ ,  $\tau_{\text{О}}$ ,  $\tau_{\text{В}}$  – эффективное, операционное время рабочего цикла и вспомогательное время цикла (межторцовых разрывов).

Среднее значение мощности за эффективное время цикла

$$P_{\text{СЭ}} = \frac{P_{\min} + P_{\max}}{2}.$$

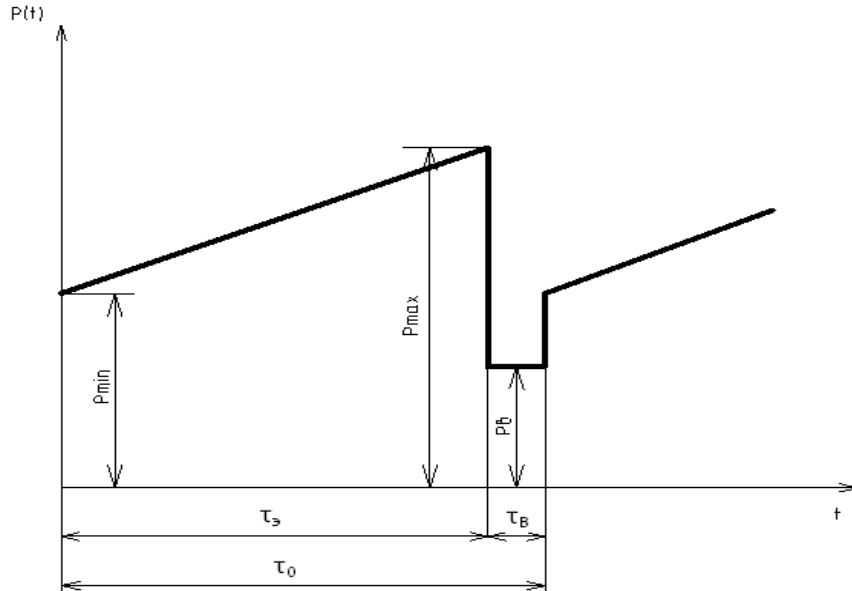


Рис. 1. Линейная модель графика нагрузки лесопильной рамы

Согласно энергетической характеристике механизма резания лесопильной рамы [2], минимальное и максимальное значения потребляемой мощности соответствуют минимальному  $A_{\min}$  и максимальному  $A_{\max}$  значениям текущей производительности в операционном цикле:

$$P_{\min} = c_D \sqrt{A_{\min}} + P_{\text{пост}} = 0,5c_D d_B \sqrt{\pi u} + P_{\text{пост}}; \quad (1)$$

$$P_{\max} = c_D \sqrt{A_{\max}} + P_{\text{пост}} = 0,5c_D d_K \sqrt{\pi u} + P_{\text{пост}}, \quad (2)$$

где  $c_D$  – коэффициент энергоемкости;

$P_{\text{пост}}$  – постоянная составляющая потребляемой двигателем мощности;

$d_B, d_K$  – диаметры бревна в вершине и комле соответственно,

$$d_B, d_K = d_B + cL;$$

$c$  – средний сбеги бревен;

$L$  – длина бревен;

$u$  – скорость подачи.

Мощность  $P_B$  может быть определена по формуле

$$P_B = kG_B n^2 r \cdot 10^{-5},$$

где  $k$  – опытный коэффициент, зависящий от условий трения;

$G_B$  – вес возвратно движущихся частей механизма;

$n$  – частота вращения коленчатого вала;

$r$  – радиус кривошипа.

Так как длина бревен в сортировочной партии является случайной величиной [1], то случайными также будут максимальное значение потребляемой мощности  $P_{\max}$ ; количество электроэнергии, потребляемое за эффективное

( $w_э$ ) и операционное ( $w_о$ ) время цикла; удельные расходы электроэнергии (УРЭ) за эффективное ( $d_э$ ) и операционное ( $d_о$ ) время цикла.

Для целей нормирования электропотребления интерес представляют закон распределения и вероятностные характеристики максимальной мощности  $P_{max}$ . Для их получения преобразуем выражение (2) следующим образом:

$P_{max} = 0,5c_d(d_B + cL)\sqrt{\pi u} + P_{пост}(0,5c_d d_B \sqrt{\pi u} + P_{пост}) + 0,5c_d cL\sqrt{\pi u}$ ,  
или с учетом (1):

$$P_{max} = P_{min} + bL, \quad (3)$$

где  $b$  – постоянный (при определенных условиях) коэффициент, характеризующий прирост максимальной мощности при увеличении длины бревна на 1 м,  $b = 0,5c_d c\sqrt{\pi u}$ .

Из (3) следует, что максимальное значение потребляемой мощности является линейной функцией длины бревен.

Экспериментальные исследования, проведенные на лесопильных заводах г. Архангельска, подтвердили гипотезу о распределении длины бревен в сортировочной партии согласно нормальному закону (закону Гаусса).

В [4] показано, что в результате линейного преобразования нормально распределенной случайной величины получается случайная величина, также распределенная по нормальному закону. Таким образом, максимальная мощность, распределенная по нормальному закону, имеет следующие характеристики:

математическое ожидание

$$MP_{max} = P_{min} + bML;$$

дисперсия

$$DP_{max} = b^2DL,$$

где  $ML$ ,  $DL$  – математическое ожидание и дисперсия длины бревен в сортировочной партии.

Определив показатели линейной модели графика нагрузки ЛР, можно найти общее и удельное электропотребление по распиленному сырью.

Для этого найдем выражение плотности распределения потребления электроэнергии за эффективное время цикла. Тогда с учетом (3) будем иметь:

$$w_э(L) = P_{сэ}\tau_э = \frac{P_{min} + P_{max}}{2} \frac{L}{u} = \frac{2P_{min} + bL}{2u} L = \frac{P_{min}}{u} L + \frac{b}{2u} L^2 = a_1 L^2 + b_1 L. \quad (4)$$

Здесь  $a_1$  и  $b_1$  – постоянные (при определенных условиях) коэффициенты.

Из (4) следует, что количество электроэнергии за эффективное время цикла является квадратичной функцией длины бревен.

Для нахождения закона распределения функции  $w_э(L)$  случайного аргумента  $L$  применим методику, изложенную в [4]. Тогда последовательно получим

$$f(L) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(L-ML)^2}{2DL}}; \quad w_3 = \varphi(L) = a_1 L^2 + b_1 L;$$

$$L = \psi(w_3) = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 + 4a_1 w_3}}{2a_1}; \quad |\psi'(w_3)| = \frac{1}{\sqrt{b_1^2 + 4a_1 w_3}};$$

$$g(w_3) = f(\psi(w_3)) |\psi'(w_3)| = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi(b_1^2 + 4a_1 w_3)}} e^{-\frac{(\sqrt{b_1^2 + 4a_1 w_3} - b_1 - 2a_1 ML)^2}{2(2a_1 \sigma_L)^2}}, \quad (5)$$

где  $\sigma_L$  – среднее квадратическое отклонение длины бревен;  
 $\varphi(L), \psi(w_3)$  – функциональные зависимости;  
 $(w_3)$  – производная от функции  $\psi(w_3)$ .

Кривая плотности  $g(w_3)$  этого распределения показана на рис. 2.

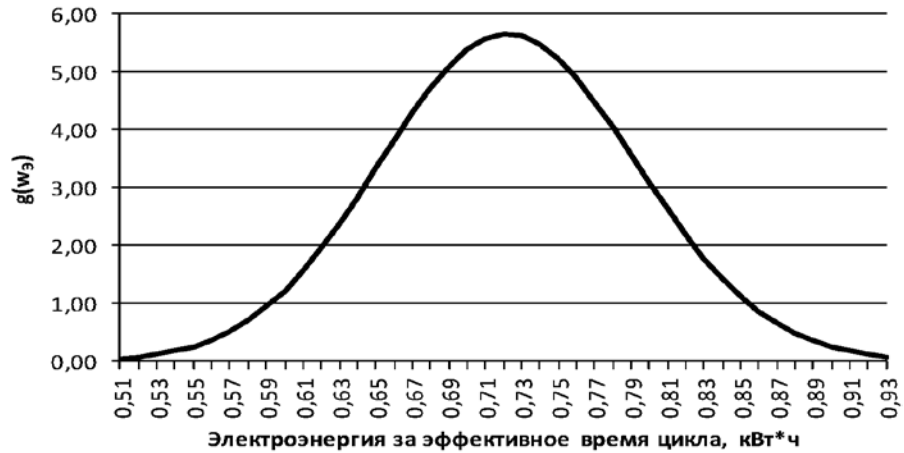


Рис. 2. Плотность распределения количества электроэнергии, потребляемой за эффективное время цикла

Из выражения (5) следует, что электропотребление за эффективное время цикла, как случайная величина, распределено не по закону Гаусса. Однако вид графика плотности распределения позволяет аппроксимировать его законом нормального распределения, сохранив при этом основные характеристики случайной величины  $w_3$ : математическое ожидание  $Mw_3$  и дисперсию  $Dw_3$ .

Используя выражение (4), найдем математическое ожидание электропотребления за эффективное время цикла распиловки:

$$Mw_3 = M(a_1 L^2 + b_1 L) = a_1 ML^2 + b_1 ML.$$

С учетом того, что

$$ML^2 = DL + (ML)^2,$$

окончательно получим

$$Mw_3 = a_1 DL + a_1 (ML)^2 + b_1 ML. \quad (6)$$

Для определения дисперсии  $Dw_э$  приравняем плотности распределения (5) и нормального закона:

$$g(w_э) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi(b_1^2 + 4a_1 w_э)}} e^{-\frac{(\sqrt{(b_1^2 + 4a_1 w_э)} - b_1 - 2a_1 ML)^2}{2(2a_1 \sigma_L)^2}} = \frac{1}{\sigma_W \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(w_э - Mw_э)^2}{2Dw_э}}. \quad (7)$$

Подставим в (7)  $w_э = Mw_э$ :

$$\frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi(b_1^2 + 4a_1 Mw_э)}} e^{-\frac{(\sqrt{(b_1^2 + 4a_1 Mw_э)} - b_1 - 2a_1 ML)^2}{2(2a_1 \sigma_L)^2}} = \frac{1}{\sigma_W \sqrt{2\pi}},$$

откуда среднее квадратическое отклонение количества электроэнергии

$$\sigma_W = \sigma_L \sqrt{(b_1^2 + 4a_1 Mw_э) e^{\frac{(\sqrt{(b_1^2 + 4a_1 Mw_э)} - b_1 - 2a_1 ML)^2}{2(2a_1 \sigma_L)^2}}}. \quad (8)$$

Покажем, что в этом выражении

$$e^{\frac{(\sqrt{(b_1^2 + 4a_1 Mw_э)} - b_1 - 2a_1 ML)^2}{2(2a_1 \sigma_L)^2}} \approx 1. \quad (9)$$

Для этого числитель степени представим следующим образом:

$$\begin{aligned} \sqrt{b_1^2 + 4a_1 Mw_э} - (b_1 + 2a_1 ML) &= \sqrt{b_1^2 + 4a_1(a_1 DL + a_1 (ML)^2 + b_1 ML)} - \\ &- (b_1 + 2a_1 ML) = \sqrt{(b_1 + 2a_1 ML)^2 + 4a_1^2 DL} - (b_1 + 2a_1 ML). \end{aligned}$$

Можно показать, что при конкретных технических параметрах ЛР и геометрических характеристиках распиливаемого сырья второе слагаемое под квадратным корнем составляет всего 0,016 % первого слагаемого. Поэтому, если этим слагаемым пренебречь, то получим соотношение (9).

В этом случае дисперсия электропотребления за эффективное время цикла может быть вычислена по формуле

$$Dw_э = DL(b_1^2 + 4a_1 Mw_э) = DL \frac{P_{\min}^2 + 2bu + Mw_э}{u^2}. \quad (10)$$

Аппроксимация реального закона распределения случайной величины  $w_э$  нормальным вносит ошибку в определение дисперсии около 0,003 %, что вполне допустимо для решения поставленной задачи.

Найдем плотность распределения и числовые характеристики удельного расхода электроэнергии по распилу сырья. Рассматривая бревно как круговой цилиндр с диаметром  $D_{CP} = d_B + 0,5cL$ , находим его объем по формуле

$$V = \frac{\pi D_{CP}^2}{4} L.$$

Тогда УРЭ по распилу сырья за эффективное время цикла с учетом (4):

$$d_{\text{э}} = \frac{w_{\text{э}}}{V} = \frac{4(a_1 L^2 + b_1 L)}{\pi D_{\text{CP}}^2 L} = \frac{4(a_1 L + b_1)}{\pi(d_B + 0,5cL)^2} = \frac{4P_{\text{min}} + 2bL}{\pi u(d_B + 0,5cL)^2}.$$

Для нахождения его плотности распределения применим использованную выше методику, аппроксимировав реальный закон распределения нормальным.

В результате получим следующие характеристики:  
математическое ожидание

$$Md_{\text{э}} = \frac{4P_{\text{min}} + 2bL}{\pi u(d_B + 0,5cML)^2};$$

дисперсия

$$Dd_{\text{э}} = DL \left( \frac{4P_{\text{min}}c + bcML - 2bd_B}{\pi u(d_B + 0,5cML)^3} \right)^2.$$

При этом средняя ошибка аппроксимации составила не более 0,01 %.

Найдем закон распределения общего потребления электроэнергии за операционное время цикла. Тогда с учетом (4):

$$w_0 = w_{\text{э}} + w_B = \frac{P_{\text{min}}}{u} L + \frac{b}{2u} L^2 + P_B \tau_B = a_1 L^2 + b_1 L + P_B \tau_B, \quad (11)$$

где  $w_B$  – электроэнергия, потребляемая за вспомогательное время цикла.

При этом нормативное значение вспомогательного времени принимается постоянным:  $\tau_B = 1,9$  с.

Из (11) следует, что общее электропотребление  $w_0$  является линейной функцией аргумента  $w_{\text{э}}$ , поэтому также имеет нормальное распределение со следующими характеристиками:

математическое ожидание

$$Mw_0 = Mw_{\text{э}} + Mw_B = a_1 DL + a_1 (ML)^2 + b_1 ML + P_B \tau_B;$$

дисперсия

$$Dw_0 = Dw_{\text{э}} = DL(b_1^2 + 4a_1 Mw_{\text{э}}).$$

Найдем плотность распределения и числовые характеристики удельного расхода электроэнергии  $d_0$  по распилу сырья за операционное время цикла:

$$d_0 = \frac{w_0}{V} = \frac{w_{\text{э}} + w_B}{V} = \frac{2(bL^2 + 2P_{\text{min}}L + 2uw_B)}{\pi u D_{\text{CP}}^2 L} = d_{\text{э}} + \frac{4w_B}{\pi D_{\text{CP}}^2 L}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что чем больше длина бревен (их объем), тем меньше влияние межторцовых разрывов на УРЭ  $d_0$ , тем он меньше отличается от  $d_{\text{э}}$ .

Как показывают расчеты, второе слагаемое в правой части (12) составляет не более 2 % от УРЭ  $d_{\text{э}}$  и поэтому не оказывает существенного влияния на формирование закона распределения УРЭ  $d_0$ . На этом основании можно считать, что УРЭ  $d_0$  за операционное время цикла приближенно представляет собой нормально распределенную случайную величину.

Математическое ожидание и дисперсия УРЭ  $d_0$  могут быть определены по следующим формулам:

$$Md_0 = Md_3 + \frac{4w_B}{\pi} M\left(\frac{1}{D_{CP}^2 L}\right) = Md_3 + \frac{w_B}{MV};$$

$$Dd_0 = Dd_3 + D\left(\frac{w_B}{V}\right) = Dd_3 + w_B^2 D\left(\frac{1}{V}\right), \quad (13)$$

где  $MV$  – математическое ожидание объема бревен данного диаметра.

Практические расчеты показали, что для наиболее часто встречающихся диаметров бревен второе слагаемое в (13) составляет не более 0,5 % от первого. Поэтому, если им пренебречь, то можно считать, что

$$Dd_0 = Dd_3.$$

Согласно закону нормального распределения любое значение УРЭ  $d_0$  и вероятность его превышения могут быть определены по выражению

$$d_0 = Md_0 + \beta \sigma_{d_0},$$

где  $\beta$  – статистический коэффициент, учитывающий вероятность превышения удельным расходом уровня  $Md_0$ ;

$\sigma_{d_0}$  – среднее квадратическое отклонение УРЭ  $d_0$ .

Используя функцию Лапласа [5], получим расчетное значение УРЭ  $d_{OP}$ , вероятность превышения которого составляет 0,05. В этом случае коэффициент  $\beta = 1,65$ . Таким образом, можно утверждать, что 95 % всех значений УРЭ за операционное время цикла при распиловке бревен одного диаметра не выйдет за уровень расчетного значения:

$$d_{OP} = Md_0 + 1,65\sigma_{d_0}. \quad (14)$$

Это выражение может быть принято за основу для определения операционной нормы УРЭ за операционное время цикла при распиловке бревен данного диаметра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев С.П. Математическое моделирование процессов распиловки древесины // Изв. СПбЛТА. 2007. Вып. 179. С. 147 – 153.
2. Агеев С.П. Энергетическая характеристика электропривода механизма резания лесопильной рамы // Лесн. журн. 2009. №2. С. 96 – 101. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Алексин М.В., Синев В.С., Пижурин П.А., Коперин И.Ф., Головков С.И., Павлосюк В.А. Экономия энергоресурсов в лесной и деревообрабатывающей промышленности М.: Лесн. пром-сть, 1982. 216 с.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2000. 480 с.
5. Гастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. 250 с.

Поступила 11.04.14



UDC 621.311

**Linear Model of the Electrical Energy Consumption Process of a Saw-Frame**

*S.P. Ageev, Doctor of Engineering, Associate Professor*

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Naberezhnaya Severnoy Dviny, 17, Arkhangelsk, 163002, Russia; e-mail: doctor.mart11@mail.ru

Specific energy consumption rationing in the woodworking enterprises is constructed in accordance with the decomposition of production into the items and processes by types of manufactured articles and into particular parts (devices, shop floors, the company as a whole). In accordance with this distinction, there are operating specific power requirements for every item and total specific power requirements for every process of production. The idea of the article is to outline the approach to the operating specific power requirements for the wood sawing processes in the saw-frames with regard to the probabilistic characteristics of wood raw materials. A linear mathematical model of electrical energy consumption graphic chart of cutting mechanism of a saw-frame main drive gear is proposed for the research, and the probability theory methods are used. On the basis of the probability theory methods the maximum capacity distribution laws, total and specific energy consumption for the effective and operational working cycle time, and their numerical characteristics are defined. We established the geometrical characteristics of sawed wood resources and saw-frame duty parameters dependency of factors of the energy consumption linear model. The results can be used in solving issues related to the rate making and energy consumption planning of the sawmilling processes. The key indicators of the energy consumption linear model of a saw-frame are the chance variables distributed not by Gauss' law. However, the distribution density graphic chart has approximated this law by the normal distribution law, while retaining their basic characteristics. The approximation error is not more than 0.02 %. The formulas of the electrical energy consumption indexes, depending on the geometrical characteristics of sawed wood resources are obtained.

*Keywords:* saw-frame, working cycle of a saw-frame, capacity, absolute and specific energy consumption, density of probability distribution, geometrical characteristics of sawed wood resources.

REFERENCES

1. Ageev S.P. Matematicheskoe modelirovanie protsessov raspilovki drevesiny [Mathematic Simulation of Wood Sawing Processes]. *Izvestia SPbLTA*, 2007, vol. 179, pp. 142–152.
2. Ageev S.P. Energeticheskaya kharakteristika elektroprivoda mekhanizma rezaniya lesopil'noy ramy [Electric Motor Drive Energy Characteristic of the Saw-Frame Cutting Mechanism]. *Lesnoy zhurnal*, 2009, no. 2, pp. 96–101.
3. Aleksin M.V., Sinev V.S., Pizhurin P.A., Koperin I.F., Golovkov S.I., Pavlosyuk V.A. *Ekonomiya energoresursov v lesnoy i derevoobrabatyvayushchey promyshlennosti* [Energy Conservation in the Timber and Wood Industries]. Moscow, 1982. 216 p.
4. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya veroyatnostey i ee inzhenernye prilozheniya: ucheb. posobie dlya vtuzov* [The Theory of Chances and Its Engineering Applications]. Moscow, 2000. 480 p.
5. Hastings N.A.J., Peacock J.B. *Statistical Distributions. A Handbook for Students and Practitioners*. London, 1976.

Received on April 11, 2014

DOI: 10.17238/issn0536-1036.2015.5.126