

УДК 676.16: 519.7

***Е.А. Питухин***

Питухин Евгений Александрович родился в 1971 г., окончил в 1994 г. Балтийский государственный технический университет, кандидат технических наук, докторант кафедры математического моделирования систем управления Петрозаводского государственного университета. Имеет более 40 научных трудов в области математического моделирования, анализа и синтеза систем управления, управления технологическими объектами в реальном времени.



### **ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЕРХНЕГО УРОВНЯ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ**

Разработана система управления верхнего уровня технологическим процессом производства сульфатной целлюлозы для решения задачи баланса щелоков; получены оптимальные и близкие к оптимальным алгоритмы управления, которые можно использовать для увеличения экономической эффективности и повышения надежности процесса производства целлюлозы.

*Ключевые слова:* варка целлюлозы, баланс щелоков, супервизорное управление, следящая система, оптимальное управление.

9

Производство сульфатной целлюлозы является непрерывным технологическим процессом, который нуждается в постоянном наблюдении и управлении. Одна из первых работ [9], посвященных оптимизации технологических режимов и разработке алгоритмов оперативного управления картонно-бумажным производством, выделяет иерархичность ступеней управления и закладывает основы решения таких задач с позиции автоматического управления. Принципы построения автоматизированных систем оперативно-диспетчерского управления целлюлозно-бумажным производством, методы и алгоритмы оперативно-производственного планирования, поиск оптимальных технологических режимов систематизированы в монографии [1]. В работе [4] детально проанализированы математические модели агрегатов всего технологического цикла варки целлюлозы и регенерации щелоков, рассмотрены детерминированные и статистические модели производственных процессов, приведен пример системы автоматического управления непосредственно варочным котлом. В монографии [5] изложен системный подход к исследованию, анализу и моделированию систем управления технологическими процессами производства целлюлозы и бумаги; наиболее полно отражена концепция супервизорного управления. Подходы зарубежных ученых к описанию технологических процессов производства целлюлозы представлены в [12, 13].

Несмотря на высокий уровень этих работ, они не в полной мере применяются в отечественной промышленности. Как показывает практика, на сегодняшний день на Северо-Западе России большинство предприятий, выпускающих целлюлозу, имеют устаревшее оборудование и нуждаются в полной или частичной модернизации производства. На их технологических линиях установлены, в основном, локальные системы управления варочными котлами, процессами содерегенерации и отстоя щелоков. Как правило, управление звеньями технологической цепочки ведется раздельно. Положительным фактором является наличие информационной системы, которая контролирует охваченные ею технологические участки.

В ситуации недостаточного числа дистанционных исполнительных устройств и надежных информационных каналов затруднительно осуществить внедрение эффективной и современной системы автоматического управления, которая бы помогла достичь желаемых целей увеличения качества и объема производимой целлюлозы, минимизации издержек. Тем не менее, проблема повышения эффективности варки целлюлозы путем нахождения оптимального баланса в контуре регенерации химикатов существует [5, 6]. Она была решена в работах [6, 8], результаты которых были успешно внедрены на ряде производств. При этом ставилась задача нахождения супервизорного управления для контроля за уровнями химикатов в емкостях промежуточного хранения и вывода агрегатов технологической цепочки на заданные режимы работы.

Математическая модель верхнего уровня цикла регенерации химикатов представлена в работах [6, 8]. Ее достаточно эффективно применяли для решения задач управления верхнего уровня. Модель являлась линейной статической и не учитывала транспортные запаздывания и инерционность агрегатов. Управляющие воздействия были ступенчатыми и их задавали один раз за период планирования. Такой алгоритм контроля не требовал наличия исполнительных автоматических устройств и был удобен с точки зрения доступности его осуществления в режиме ручного управления.

С развитием рыночной экономики встал вопрос о еще большем снижении потерь в контуре регенерации химикатов. Уточненная модель управления верхнего уровня была разработана в работах [2, 3]. Высокая сложность модели не позволила (без снижения ее адекватности) получить решение за приемлемое время.

Автором совместно с А.И. Шабаетым в работе [7] была предложена новая динамическая модель супервизорного управления циклом регенерации щелоков, учитывающая, как и в [3], транспортные запаздывания и инерционность агрегатов. Она представлена в виде системы линейных дифференциальных уравнений с запаздыванием. Такой вид записи сводится к векторно-матричному уравнению для пространства состояний системы. Решение и исследование таких уравнений хорошо известно в теории управления [10]; в математике есть наработанные методы анализа таких моделей и синтеза для них оптимального управления [11, 14]. Модель получена на основе схемы производства целлюлозы с циклом восстановления химикатов

одной из очередей Архангельского ЦБК [6, 3]. Данная схема, приведенная на рис. 1 (эллипсы – емкости промежуточного хранения; прямоугольники – агрегаты/цеха; ОЦ – отбеленная целлюлоза, ЧЩ – черный щелок, УЧЩ – упаренный ЧЩ, ЗЩ – зеленый щелок, БЩ – белый щелок, ИРП – известерегенерационная печь, ЦКРИ – цех каустизации и регенерации извести, СРК – содорегенерационный котел, ВС – выпарная станция), была выбрана в качестве основы для исследования моделей, поскольку наиболее полно отражает технологическую цепочку производства целлюлозы, так как содержит этапы отбелики и сушки. Необходимо отметить, что во всех работах [2, 3, 6–8] математическая модель основана на анализе только материальных потоков; энергетические, тепловые и химические процессы не рассматриваются в рамках синтеза управления верхнего уровня.

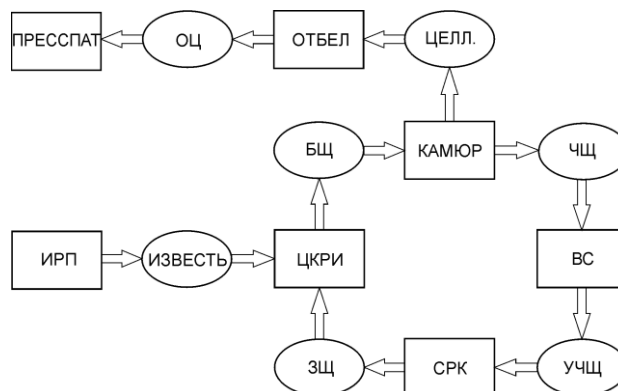


Рис. 1. Схема производства сульфатной целлюлозы

9\*

В работе [7] были проведены первичные исследования процессов производства целлюлозы на базе разомкнутой модели. В трудах [2, 3, 6, 8] моделирование процесса также было разомкнутым в терминах управления, т. е. при определении управляющих воздействий не использовалась информация о текущем состоянии объекта управления (ОУ).

Цель статьи – разработка таких алгоритмов управления циклом регенерации химикатов при варке целлюлозы, которые способствовали бы увеличению экономической эффективности производства. Достигается это за счет исследования новой предлагаемой модели управления верхнего уровня, которая более адекватна реальным процессам в материальных потоках (баланс щелоков), чем предлагаемые ранее.

В настоящей работе автор развивает идею [7] о создании модели замкнутой системы управления (СУ) и предлагает перейти к созданию следящей системы. Такой подход является классическим с точки зрения теории автоматического управления и имеет преимущества в постоянном отслеживании и уничтожении ошибки рассогласования и автоматическом определении управляющих воздействий. Он позволяет более эффективно добиваться цели управления, которая может быть сформулирована в поддержании заданных показателей работы технологического цикла производства целлюлозы при обеспечении ряда областных и функциональных ограничений. Это

может достигаться путем решения ряда следующих задач: поддержание максимально возможного выпуска целлюлозы; стабилизация системы на заданном режиме работы; программный переход системы с режима на режим.

В работах [2, 6, 7] отмечено, что основная проблема при проектировании системы автоматического управления состоит в соблюдении значений управляемых и управляющих параметров технологии производства (ТП) в пределах допустимых ограничений. На рис. 1 можно выделить множество емкостей ( $N = 7$ ) и агрегатов ( $M = 7$ ). Качество разработанной СУ должно быть таковым, чтобы в любом режиме выполнялись ограничения на уровни в емкостях ( $X_l \leq X \leq X_u$ ) и на производительности агрегатов ( $Y_l \leq Y \leq Y_u$ ). Здесь  $X \in R^N$  – вектор уровней в емкостях, а  $Y \in R^M$  – вектор производительностей, индексы  $l$  (*low*) и  $u$  (*up*) принадлежат векторам нижних и верхних ограничений соответственно.

Технологический процесс производства целлюлозы как ОУ, работающий в непрерывном режиме, может быть управляем двумя различными системами – непрерывной или дискретной. Рассмотрим непрерывную систему. Вначале разберем замыкание разомкнутой системы. Пример унифицированного участка структурной схемы ТП вида агрегат – емкость – агрегат приведен на рис. 2.

Математическая модель структурной схемы на рис. 2 при ненулевых начальных условиях может быть записана в виде системы трех дифференциальных уравнений первого порядка (индекс  $i$  (*input*) относят к агрегату, который подает в емкость материальный поток химиката; индекс  $o$  (*output*) относят к агрегату, который забирает вещество из емкости):

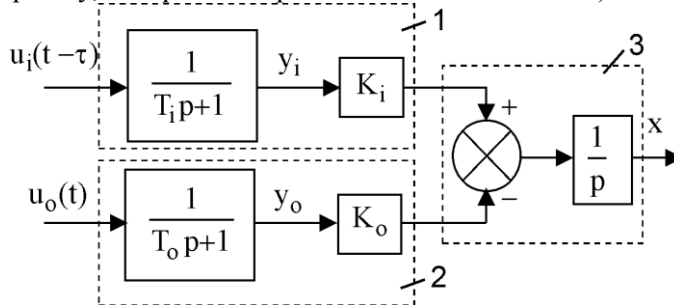


Рис. 2. Структурная схема моделирования взаимодействия агрегатов и емкости в технологической цепочке: 1 – агрегат, наполняющий емкость; 2 – агрегат, опустошающий емкость; 3 – емкость промежуточного хранения

$$\begin{cases} u_i(t - \tau) = T_i y_i' + y_i \\ u_o(t) = T_o y_o' + y_o, & y_i(t_0) = y_{i0}, \quad y_o(t_0) = y_{o0}, \quad x(t_0) = x, \\ K_i y_i - K_o y_o = x' \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_i(t - \tau)$  и  $u_o(t)$  – управляющие воздействия входного и выходного агрегатов соответственно;

$t$  – время движения системы, определено на  $t \in [t_0, T_f]$  (где  $t_0$  – начало, а  $T_f$  – конец горизонта планирования);

$\tau$  – транспортное запаздывание,  $\tau$  присутствует в описании входного агрегата и характеризует временную задержку материального потока в процессе его производства;

$T_i$  и  $T_o$  – инерционность;

$y_i$  и  $y_o$  – производительность;

$x$  – уровень вещества в емкости;

$K_i$  и  $K_o$  – нормы расходов.

Система (1) может быть приведена к матричной форме записи:

$$X' = AX + BU, \text{ где } A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times q}, X = (t_0) = X_0 \in R^n. \quad (2)$$

Здесь при  $n = 3, q = 2$ :

$$A = \begin{pmatrix} -1/T_i & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_o & 0 \\ K_i & K_o & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1/T_i & 0 \\ 0 & 1/T_o \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$X \in R^n$  – вектор переменных состояния;

$U \in R^q$  – вектор управляющих воздействий.

Транспортное запаздывание вводят в структуру модели соответствующего агрегата путем аппроксимации предполагаемой передаточной функции звена запаздывания (экспоненты) рядом Паде [10]. При трех членах ряда средняя точность аппроксимации при работе в замкнутых режимах для данной модели составляет не более 4 ... 5 %. Таким образом, размерность подматрицы  $A$ , отвечающей за локальную группу агрегат – емкость – агрегат, вырастает до  $n = 6$ . Поскольку мы имеем в схеме семь емкостей, то размерность общей разомкнутой системы вырастает до  $n = 42, q = 7$ .

Чтобы сделать общую систему следящей, необходимо замкнуть локальные системы по выходящим координатам – сначала по емкостям, а затем и по производительностям. Замыкание по емкости дает возможность реализовать программное управление по уровню; замыкание по производительности препятствует выходу управляющих воздействий за ограничения. Пример такой системы приведен на рис. 3. Коэффициенты усиления в прямых цепях  $K_{xi}, K_{yi}$  и  $K_{io}, K_{yo}$  позволяют выбрать нужный режим работы следящей системы и разделить главные и второстепенных управляемые переменные в процессе стабилизации. Переменные  $x_d, y_{id}$  и  $y_{od}$  являются задающими воздействиями, которые определяют расчетные режимы работы агрегатов и уровней в емкости.

Первоначально замкнутая система является неустойчивой и требует введения стабилизирующего управления. Для этого система приводится к

виду (2) с добавлением в нее уравнений для трех задающих воздействий. Порядок системы:  $n = 9$ ,  $q = 2$ . Увеличение размерности необходимо, чтобы составить квадратичный функционал качества управления, элементы которого используются при поиске оптимальных управляющих воздействий  $u_i^*$  и  $u_o^*$  [14]. Был проведен синтез оптимального линейного регулятора, для этого было найдено решение матричного алгебраического уравнения Риккати (УР) [14] для локальной системы. В результате решения была получена матрица оптимальных позиционных управлений. Локальная следящая система получилась устойчивой с хорошими показателями качества функционирования.

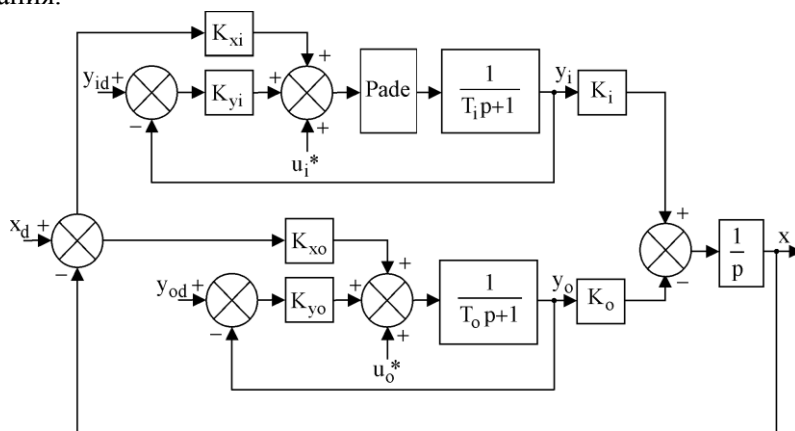


Рис. 3. Структурная схема замкнутой системы управления локальной группой агрегат – емкость – агрегат

При этом получены следующие порядки общей системы:  $n = 63$ ,  $q = 7$ . В силу особенностей структуры общая система является плохо управляемой и для нее в общем случае не существует решения алгебраического УР. Из этого можно сделать вывод, что непрерывное автоматическое регулирование можно применять только для управления ограниченным участком технологической цепочки производства целлюлозы.

Для управления системами неустойчивой структуры применяется техника решения нелинейного дифференциального УР общего вида, которое определяется функционалом качества управления на малом конечном промежутке. В этом случае не идет речь об асимптотической устойчивости системы. Однако получение решения УР в аналитическом виде для общей системы порядка  $n = 63$  или  $n = 42$  не представляется возможным.

Рассмотрим решение уравнения Беллмана [11, 14] для данной системы применительно к дискретному виду регулирования. В отличие от УР оно дает возможность найти оптимальное управление с учетом ограничений без создания вспомогательной замкнутой структуры объекта управления. Но найти решение уравнения Беллмана в общем виде для общей системы весьма затруднительно. Поэтому предлагается искать субоптимальное решение на основе анализа уравнения Беллмана, принимая допущение о структуре оптимального управления.

Предположим, что в дискретном случае интервал наблюдения разбивается на  $L$  шагов, тогда любое управляющее воздействие можно аппроксимировать кусочно-линейными функциями вида

$$u = \sum_{k=1}^L u_k,$$

где  $u_k = u_{k-1} + K_{k-1}h$ ;  
 $h = (T_f - t_0) / L$ .

В случае упрощения формы управляющих воздействий до линейных становится возможным получение строгого аналитического решения для общей системы в виде составных функций. Поскольку структура оптимального управления для уравнения Беллмана уже определена, остается выписать граничное условие из областного ограничения на диапазон изменения коэффициента  $K_k$  для каждого  $k$ -го участка. Решая  $L$  раз систему уравнений, записанных из уравнения Беллмана, получаем оптимальные значения коэффициентов  $K_k$  для каждого управляющего воздействия и участка движения  $h$ . Величина  $h$ , характеризующая степень разбиения горизонта планирования, влияет на устойчивость системы управления и ее способность отслеживать заданные траектории движения. Таким образом, решена задача построения дискретного регулятора системы управления уровнями химикатов в емкостях для модели технологического процесса производства целлюлозы. Надо отметить, что в данном случае значения производительностей агрегатов не являются управляемыми переменными, а только находятся в пределах допустимых ограничений.

В заключение можно отметить, что при супервизорном управлении производством целлюлозы целесообразно использовать комбинированную систему, которая применяет аналоговый или дискретный алгоритм в зависимости от поставленных задач. Результаты исследования аналоговой и дискретной системы управления являются предварительными и решены только в детерминированной постановке. Построение наблюдателей и управление системой со случайными параметрами есть задача будущих исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизированные системы оперативно-диспетчерского управления предприятиями целлюлозно-бумажной промышленности / Под ред. И.Е. Вьюкова. – М.: Лесн. пром-сть, 1978. – 248 с.
2. Воронин А.В., Кузнецов В.А. Математические модели и методы в планировании и управлении предприятиями ЦБП. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2000. – 256 с.
3. Воронин А.В., Кузнецов В.А., Тарасенко А.Ю. Система математических моделей для построения прогноза и оптимизации выбора управления в АСУ ТП // Тр. ПетрГУ. Сер. Прикладная математика и информатика. – 1997. – Вып. 6. – С. 7–18.

4. Вьюков И. Е., Зорин И.Ф., Петров В.П. Математические модели и управление технологическими процессами целлюлозно-бумажной промышленности. – М.: Лесн. пром-сть, 1975. – 373 с.
5. Зорин И.Ф., Петров В.П., Роговская С.А. Управление процессами целлюлозно-бумажного производства. – М.: Лесн. пром-сть, 1981. – 272 с.
6. Кузнецов В.А., Поляков В.В., Чернецкий В.И. Оптимизационные модели в АСОДУ ЦБП // Оптимизационные задачи и модели прикладной математики: Межвуз. сб. – Петрозаводск, 1989. – С. 25–32.
7. Питухин Е.А., Шаббаев А.И. Динамическая модель цикла регенерации щелоков // Тр. ПетрГУ. Сер. Прикладная математика и информатика. – 2000. – Вып. 9. – С. 7–30.
8. Поляков В.В. Координация работы технологического оборудования в переходных режимах // Оптимизационные задачи и модели прикладной математики: Межвуз. сб. – Петрозаводск, 1989. – С. 45–51.
9. Рувинский А.А., Зак Ю.А., Рейдман Р.М. Математические модели и алгоритмы в системах управления картонно-бумажным производством. – М.: Лесн. пром-сть, 1971. – 232 с.
10. Чернецкий В.И. Математическое моделирование динамических систем. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 1996. – 432 с.
11. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления / Пер. с англ. М. Г. Элуашвили. Под. ред. В. М. Алексева. – М.: Мир, 1974. – 488 с.
12. Balchen, Jens G., Mumme, Kenneth I. Process Control: Structures and Applications. – New York: Van Nostrand Reinhold Company, Inc, 1988. – 540 pp.
13. Chemical Pulping: Papermaking Science and Technology / Under editing of J. Gullichsen and C.-J. Fogelholm. – Helsinki: Fapet Oy, 2000. – Vol. A. – 689 pp. – Vol. B. – 493 pp.
14. Jacobs O.L.R. Introduction to Control Theory: Second Edition. – Department of Engineering Science, University of Oxford: Oxford University Press, 1993. – 390 pp.

Петрозаводский государственный  
университет

Поступила 17.05.03

*E.A. Pitukhin*

### **Analysis of Top Level Mathematical Model for Pulp Production**

The top-level control system of technological process in sulphate pulp production has been developed for solving the liquors balance problem. Optimal and close to optimal control algorithms to be used for increasing economic efficiency and enhancing reliability of pulp production have been obtained.