

Уравнения (7) и (8) позволяют решать самые различные частные задачи по перемещению деревьев. В качестве примера использования этих матричных уравнений запишем дифференциальные уравнения движения дерева при машинной валке. Дерево перемещается в плоскости YOZ и грузится на транспортное средство. В этом случае

$$\begin{aligned} \underline{r}_p &= \begin{bmatrix} 0 \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}; \quad \underline{p}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_c \end{bmatrix}; \quad \underline{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}; \\ \underline{M}_p &= \begin{bmatrix} M_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{I}_p = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}; \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

где h_c — расстояние от полюса P до центра масс дерева C ;
 φ — угол отклонения дерева от вертикали;
 I_α ($\alpha = 1, 2, 3$) — главные моменты инерции относительно точки P .

Подставляя выражения (9) в уравнения (7) и (8), после простых матричных преобразований получим искомые уравнения:

$$\begin{aligned} m [\ddot{Y}_p - h_c (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi)] &= F_y; \\ m [\ddot{Z}_p - h_c (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi)] &= F_z; \\ I_1 \ddot{\varphi} - m h_c (\ddot{Y}_p \cos \varphi + \ddot{Z}_p \sin \varphi) &= M_p. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) есть математическая модель процесса пакетирования дерева при его переносе от пня до места укладки на транспортное средство. На основе этих уравнений решаются две основные задачи динамики пакетирования дерева как твердого тела. Уравнения (1) — (6) позволяют уточнить эти решения с учетом упругих свойств дерева.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Александров В. А. Проектирование специальных лесных машин: Учеб. пособие.— Л.: ЛТА, 1977.— 52 с. [2]. Кушляев В. Ф. Лесозаготовительные машины манипуляторного типа.— М.: Лесн. пром-сть, 1981.— 248 с. [3]. Лурье А. И. Аналитическая механика.— М.: Физматгиз, 1961.— 824 с. [4]. Помогаев С. А., Соломатников В. И. Основы общей динамики валки и пакетирования леса// Лесн. журн.— 1976.— № 2.— С. 39—44.— (Изв. высш. учеб. заведений). [5]. Харламов М. П. Новый метод решения пространственных задач нелинейной теории упругих стержней// Механика твердого тела.— 1982.— Вып. 14.— С. 116—124.

Поступила 26 декабря 1985 г.

УДК 630*377.21

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЕРЕДВИЖЕНИЮ КОЛЕСА ГРУЗОВОЙ КАРЕТКИ ПО НЕСУЩЕМУ КАНАТУ ПОДВЕСНЫХ ЛЕСОТРАНСПОРТНЫХ УСТАНОВОК

А. А. МИЩЕНКО

Львовский лесотехнический институт

В теории и практике расчета подвесных канатных дорог (ПКД) остается нерешенным вопрос об определении сопротивления передвижению грузовой каретки по несущему канату, связанного с потерями на внутреннее трение в канате. Коэффициент сопротивления передвижению колеса по несущему канату принимается, как и при качении колеса по рельсу [4].

Получаемые при этом значения коэффициента сопротивления (в частности, для подшипников качения $f_0 = 0,0035 \dots 0,0065$) достаточно хорошо согласуются со значениями коэффициентов, полученных при опытах с закрытыми канатами, уложенными на жесткое основание [4], однако такая постановка задачи не соответствует реальным условиям работы несущих канатов ПКД.

Вследствие изгиба несущего каната под катящимся колесом, в канате, как в витой проволочной конструкции, возникают смещения его элементов, сопровождающиеся силами трения, на преодоление которых затрачивается значительная часть энергии, расходуемой на передвижение колеса. В натянутом канате за счет сил трения происходит сцепление между проволоками, поэтому по изгибной жесткости канат приближается к монолитному стержню. Но если бы натянутый канат полностью работал как монолитный стержень, изгибные напряжения в нем зависели бы только от диаметра каната.

Однако проведенные эксперименты [6] показывают, что изгибные напряжения в несущих канатах одинакового диаметра во всем диапазоне рабочих натяжений существенно зависят от диаметров проволок. Это свидетельствует о наличии внутренних смещений в несущих канатах под катящимся колесом и соответствующего вида сопротивления его передвижению.

Именно поэтому сопротивление передвижению W определяют как сумму сопротивления передвижению от трения в ходовых частях грузовой каретки W_0 и дополнительного сопротивления от жесткости $W_{ж}$ (внутреннего трения) несущего каната

$$W = W_0 + W_{ж}. \quad (1)$$

Ранее [4] была предложена упрощенная формула для определения дополнительного сопротивления $f_{ж}$, связанного с раздельной работой проволок в канате:

$$f_{ж} = \frac{W_{ж}}{V} = k_0 \frac{V}{2T}. \quad (2)$$

где $W_{ж} = k_0 \frac{V^2}{2T}$ — дополнительное сопротивление передвижению;

V — поперечная нагрузка на колесо;

T — натяжение несущего каната.

Коэффициент $k_0 \ll 1$ учитывает относительное количество смещающихся проволок при изгибе несущего каната.

Так, при значениях $T/V = 50$ и $k_0 = 1$ по этой формуле получаем $f_{ж} = 0,01$, что превосходит приведенные выше значения коэффициента f_0 , определяемые при условии качения колеса по рельсу.

Формула (1) не учитывает влияния таких важных факторов, как конструкция и параметры свивки несущего каната, коэффициент трения и др. и поэтому практического применения не получила. Но расчеты, выполненные по такой формуле, ориентируют исследователей на существенную значимость рассматриваемого явления, которое, очевидно, заслуживает более глубокого изучения.

Описание кинематики смещений проволок в несущем канате под катящимся колесом приведено в работе М. Ф. Глушко [2], где эти смещения, однако, рассматриваются без анализа возникающих сил трения, что не позволяет решить поставленную задачу.

При первой попытке оценить указанные сопротивления рассматривают изгиб несущего каната с полной свободой смещений его элементов и определяют максимальные значения работы сил трения на этих смещениях, которые будут равны значениям работы сил дополнительного сопротивления передвижению колеса.

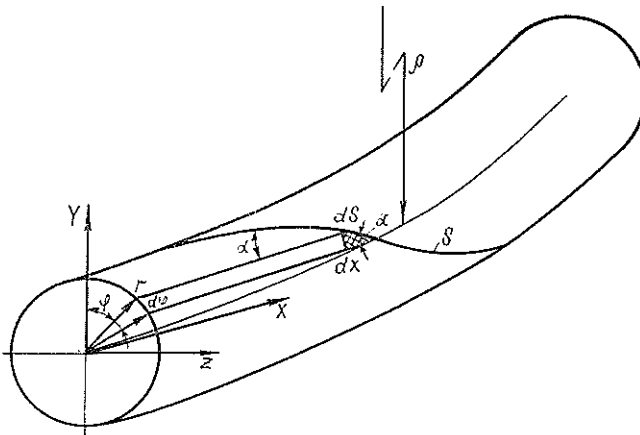


Рис. 1. Изогнутый участок несущего каната в полярной системе координат

На подвесных лесотранспортных установках наибольшее распространение получили шестипрядные канаты двойной свивки с органическим сердечником, поэтому в предлагаемых расчетах прядь рассматривают как основной винтовой элемент каната. Проволоки в пряди вследствие сил трения более прочно спаяны между собой, и их смещения намного меньше смещений прядей в канате. Это позволяет в первом приближении рассматривать только смещения прядей, представляя их в виде монолитного элемента.

Согласно [3], свободные смещения элементов в изгибаемом канате определяют по формуле:

$$U = \frac{r}{r_0} \cos \alpha \int_{\xi}^{\infty} e^{-k\xi} \cos(\varphi_0 + \omega\xi) d\xi, \quad (3)$$

где r , α — средние радиус и угол свивки винтового элемента каната (рис. 1);

r_0 — радиус кривизны каната под колесом;

φ_0 — полярный угол положения элемента в сечении каната под колесом;

ξ — расстояние от колеса до рассматриваемого сечения по оси каната;

$$\omega = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{r}.$$

Коэффициент затухания смещений

$$k = \sqrt{\frac{T}{B}}, \quad (4)$$

Здесь T — натяжение каната;

B — изгибная жесткость каната.

Для исследования движения колеса по несущему канату вводят некоторую неподвижную начальную точку отсчета O (рис. 2). Положение колеса определяется координатой X_0 . Координаты произвольных точек M_1 и M_2 на ветвях каната по обеим сторонам колеса обозначены соответственно X_1 и X_2 и также отсчитываются от точки O . Тогда входящие в формулу (3) относительные координаты точек M_1 и M_2 равны соответственно

$$\xi_1 = X_1 - X_0; \quad \xi_2 = X_0 - X_2.$$

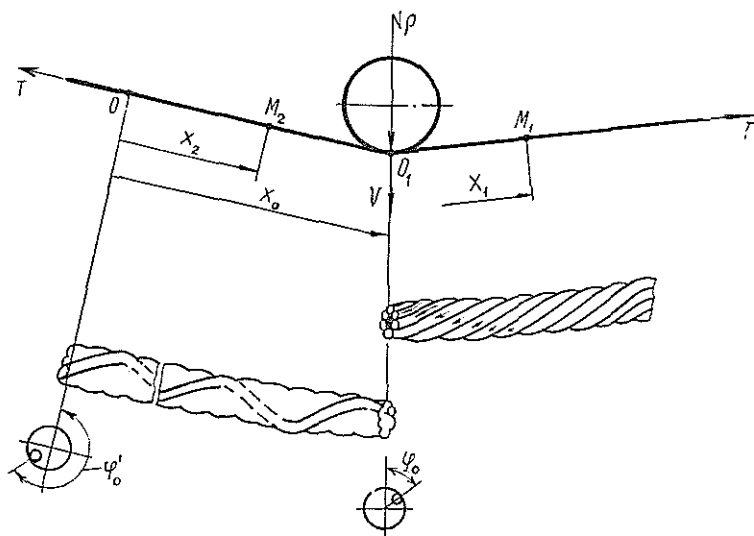


Рис. 2. Схема нагружения несущего каната колесом грузовой каретки и деталь смещений элементов каната под нагрузкой

При этом, согласно (3), смещения элементов каната в указанных точках:

$$U_1 = \frac{r}{\rho_0} \cos \alpha e^{kX_0} e^{-kX_1} \frac{k \cos \beta_1 - \omega \sin \beta_1}{k^2 + \omega^2}; \quad (5)$$

$$U_2 = \frac{r}{\rho_0} \cos \alpha e^{-kX_0} e^{kX_2} \frac{k \cos \beta_2 + \omega \sin \beta_2}{k^2 + \omega^2},$$

где
$$\beta_1 = \varphi'_0 + \omega X_1; \quad \beta_2 = \varphi'_0 + \omega X_2. \quad (6)$$

Здесь угол φ'_0 относится к сечению каната в начале координат, т. е. в точке O .

Эти смещения соответствуют стационарному положению колеса. При движении колеса смещения элементов в указанных фиксированных точках M_1 и M_2 изменяются в зависимости от координаты положения колеса X_0 .

Приращение смещений от единичного перемещения колеса $\Delta X_0 = 1$ находят как частные дифференциалы

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1 &= \frac{\partial U_1}{\partial X_0} \Delta X_0 = \frac{\partial U_1}{\partial X_0}; \\ \tilde{U}_2 &= \frac{\partial U_2}{\partial X_0} \Delta X_0 = \frac{\partial U_2}{\partial X_0}, \end{aligned} \quad (7)$$

в которых углы β_1 и β_2 не зависят от координаты X_0 .

Эти смещения и определяют работу сил трения при передвижении колеса по несущему канату.

Силу трения $F_{тр}$, действующую на единице длины элемента каната, принимают как для упругой нити, натянутой на цилиндрическую поверхность:

$$F_{тр} = \mu \frac{1}{\rho} t_0 = \mu \frac{\sin^2 \alpha}{r} t_0, \quad (8)$$

где μ — коэффициент трения;

$\frac{1}{\rho} = \frac{\sin^2 \alpha}{r}$ — свивочная кривизна винтового элемента каната;
 t_0 — натяжение элемента каната.

Для каната с органическим сердечником натяжения отдельных элементов t_0 можно выразить через общее натяжение каната следующим образом:

$$t_0 = \frac{T}{m \cos \alpha}, \quad (9)$$

где m — число прядей в канате.

Тогда выражение (8) с учетом значения t_0 по (9) примет вид

$$F_{\text{тр}} = \mu \frac{\sin^2 \alpha}{r} \frac{T}{m \cos \alpha}. \quad (10)$$

Элементарную работу сил трения на единице длины винтового элемента можно представить в виде

$$dA = F_{\text{тр}} |\tilde{U}| dS = \frac{1}{\cos \alpha} F_{\text{тр}} |\tilde{U}| dX. \quad (11)$$

Полную работу сил трения одного элемента определяют интегрированием элементарных работ по обеим ветвям каната

$$A = \frac{1}{\cos \alpha} \int_{X_0}^{\infty} F_{\text{тр}} |\tilde{U}_1| dX_1 + \frac{1}{\cos \alpha} \int_{-\infty}^{X_0} F_{\text{тр}} |\tilde{U}_2| dX_2. \quad (12)$$

Здесь при вычислении работы сил трения принимают абсолютные значения смещений \tilde{U}_1 и \tilde{U}_2 из (7), при этом учитывают, что работа всегда диссипативна, независимо от направления смещений.

Кривизна рассматриваемого сечения несущего каната быстро убывает по экспоненте, входящей под знак интеграла (3), по мере удаления колеса от сечения каната.

Практически кривизна обращается в нуль на расстоянии нескольких шагов свивки каната от колеса. Поэтому, если считать, что смещения затухают на некотором расстоянии l от колеса, то в качестве предела интегрирования в формуле (12) следует брать длину l . Но поскольку экспонента e^{-kl} пренебрежимо мала по сравнению с единицей, то это практически приводит к такому же результату, если принимать предел интегрирования $l = \pm \infty$.

Суммарная работа сил трения по всем m элементам каната

$$A_n = \sum_{i=1}^m A_i, \quad (13)$$

где A_i отличаются от A значениями полярных углов φ_0 , определяющих положение элементов в начальном сечении каната.

Так как работа внутренних сил трения в канате (13) определена для перемещения колеса на единицу длины, то она равна искомой силе сопротивления передвижению от жесткости каната.

Выполнив соответствующие операции, выражение (13) запишем в следующем виде:

$$W_{\text{ж}} = A_n |_{\Delta X_0} = \frac{1}{\cos \alpha} m F_{\text{тр}} N (k^2 + \omega^2) \left[\sum_{i=1}^m |\cos(\beta_i + \nu)| + \sum_{i=1}^m |\cos(\beta_i - \nu)| \right], \quad (14)$$

где $N = \frac{r}{\rho_0} \cos \alpha \frac{k}{(k^2 + \omega^2)^2}$; $\nu = \operatorname{arctg} \frac{2k\omega}{k^2 - \omega^2}$,

$\beta_i = \varphi_{0i} + \omega X_0$ — углы, отличающиеся от угла $\beta = \varphi_0 + \omega X_0$ значениями полярных углов φ_0 .

Элементы сечения каната размещены с угловым сдвигом на $\frac{2\pi}{m}$, поэтому

$$\beta_i = (i-1) \frac{2\pi}{m} \quad (i=1, 2, 3, \dots, m).$$

Для абсолютных величин косинусов известно следующее значение суммы:

$$\sum_{i=1}^m |\cos \beta_i| = 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{m}. \quad (15)$$

Поскольку под знак суммы (14) входят выражения $\cos(\beta_i \pm \nu)$, то общий для всех β_i сдвиг по фазе $\pm \nu$ не вносит существенных изменений в выражение (15). Поэтому с приемлемой для практических целей точностью можно принять

$$\sum_{i=1}^m |\cos(\beta_i \pm \nu)| \approx 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{m}. \quad (16)$$

После подстановки в формулу (12) соответствующих величин получим следующее выражение для сопротивления передвижению от жесткости (внутреннего трения) каната:

$$W_{\text{ж}} = 2\mu \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{m} \frac{V}{1 + B\omega^2/T}. \quad (17)$$

С другой стороны,

$$W_{\text{ж}} = f_{\text{ж}} V, \quad (18)$$

где $f_{\text{ж}}$ — коэффициент дополнительных сопротивлений

$$f_{\text{ж}} = 2\mu \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{m} \frac{1}{1 + B\omega^2/T}. \quad (19)$$

При коэффициенте трения $\mu = 0,10 \dots 0,25$ и обычных углах свивки каната $\alpha = 14 \dots 18^\circ$, а также при натяжениях и жесткостях [5], соответствующих запасам прочности $n = 2,0$, коэффициент сопротивления по формуле (19) получается в пределах $0,007 \leq f_{\text{ж}} \leq 0,023$.

Общий коэффициент сопротивления передвижению грузовой каретки с учетом коэффициента сопротивления передвижению от трения в ходовых частях грузовой каретки f_0 и коэффициента сопротивлений от жесткости каната $f_{\text{ж}}$ получим в общем виде

$$f = f_0 + f_{\text{ж}}. \quad (20)$$

В соответствии с приведенными данными для f_0 и величинами $f_{\text{ж}}$ получаем значения f в следующих пределах: $0,0105 \leq f \leq 0,0295$.

В известных литературных источниках даны значения общего коэффициента сопротивления без указанного разделения на f_0 и $f_{\text{ж}}$, которые находятся в пределах $0,0045 \leq f \leq 0,030$.

Как видим, полученные теоретические значения с достаточной точностью согласуются с ранее рекомендованными, что подтверждает правомерность принятых в предлагаемом методе исходных теоретических предпосылок.

Полученное выражение для определения дополнительного сопротивления от жесткости каната при передвижении по нему грузовой каретки

ки, хотя и дает аналитическую зависимость от основных факторов, для практических расчетов использовано быть не может, так как при рассмотрении контактирующей пары колесо — несущий канат последний не рассматривается как упруговязкий элемент. Эта особенность отмечена в работе [1], в которой для вычисления сопротивления от жесткости каната вводятся соответствующие коэффициенты. Поэтому с учетом сказанного зависимость сопротивления передвижению колеса грузовой каретки от жесткости (внутреннего трения) несущего каната запишем в виде

$$\tilde{W}_ж = k_v k_{от} k_i k_\alpha W_{ж}, \quad (21)$$

где k_v — коэффициент, учитывающий влияние скорости движения грузовой каретки на величину дополнительного сопротивления;
 $k_{от}$ — коэффициент, учитывающий влияние отпора каната на величину сопротивления от его жесткости;
 k_i — коэффициент, учитывающий расстояние между колесами каретки на величину сопротивления от жесткости каната;
 k_α — коэффициент, зависящий от угла обхвата α колеса канатом.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Дополнительное сопротивление при передвижении колеса грузовой каретки по несущему канату, связанное с преодолением внутренних сил трения в канате, составляет значительную добавку к сопротивлению, определяемому для случая движения колеса по рельсу, и должно учитываться в расчетах.

2. Дополнительное сопротивление существенно зависит от конструктивных и геометрических параметров каната (m, α, r), а также от величин, характеризующих его упруговязкие свойства (B, v).

3. Настоящую работу следует рассматривать как первое приближение к решению поставленной задачи с учетом влияния внутренних сил трения между составными элементами несущего каната.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Белая Н. М., Прохоренко А. Г., Мартынцив М. П. О сопротивлении движению грузовой каретки подвесных канатных лесотранспортных установок // Достижения и перспективы развития техники и технологии в лесной и деревообрабатывающей промышленности: Тез. докл. науч.-техн. конф.— Ивано-Франковск, 1978.— С. 78—81. [2]. Глушко М. Ф. О формировании изогнутого несущего каната под катящимся колесом // Пассажирские подвесные канатные дороги.— Тбилиси, 1967.— С. 31—42. [3]. Глушко М. Ф. Деформация поперечных сечений и напряжения в канате при изгибе // Стальные канаты.— Киев, 1967.— Вып. 4.— С. 65—76. [4]. Дукельский А. И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны.— М.; Л.: Машиностроение, 1966.— 484 с. [5]. Малиновский В. А. Изгибная жесткость и потери на внутреннее трение // Вестн. машиностроения.— 1984.— № 6.— С. 36—39. [6]. Прохоренко А. Г. Напряжения изгиба в несущих канатах открытого типа // Стальные канаты.— Киев, 1967.— Вып. 4.— С. 172—176.

Поступила 27 января 1986 г.

УДК 624.21 : 625.745.12

МЕТОД ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСЧЕТА БАЛОЧНЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ

В. П. СТУКОВ

Архангельский лесотехнический институт

Современные тенденции доставки древесины с делянок на склады и к потребителю основаны на максимальном использовании автотранспортных средств, что, в свою очередь, связано со значительным объемом