

МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 674:519.85

Ю.В. Бугаев

Бугаев Юрий Владимирович родился в 1952 г., окончил в 1975 г. Воронежский государственный университет, кандидат технических наук, доцент кафедры математического моделирования технологических систем Воронежской государственной технологической академии. Имеет более 30 научных работ, посвященных математическому моделированию технологических процессов глубокой переработки древесины, а также фундаментальным исследованиям в области векторной оптимизации и принятия решения.



ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ГРАФАХ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСКРОЯ ЛЕСОМАТЕРИАЛОВ

Предложен эффективный алгоритм, позволяющий рассчитать оптимальные варианты раскроя лесоматериалов заданного типоразмера.

пиловочное сырье, раскрой, оптимизация, моделирование.

Оптимизация раскроя лесоматериалов в традиционной постановке предполагает применение аппарата линейного программирования (ЛП). Исходными данными для составления модели являются оценки объемно-качественного выхода продукции при различных вариантах раскроя. Параллельно с этим возникает задача определения оптимальных схем раскроя для заданного типоразмера. Эта задача появляется, например, в случае, когда номенклатура выпускаемой продукции задается не жестко и главное значение имеет оптимальное использование сырья. Также возможен вариант, когда предприятие заказывает сырье определенных типоразмеров и необходимо знать способы его наилучшего получения.

Подобная ситуация может возникнуть на предприятии, где не проводится сортировка с требуемой дробностью и количество сырья каждого типоразмера известно лишь приблизительно. В этом случае применение ЛП невозможно и остается использовать стратегию подбора оптимальной схемы для каждого типоразмера.

При большом ассортименте выпускаемой продукции выбор оптимальной схемы превращается в сложную комбинаторную задачу, и необходимы методы, не использующие стратегию полного перебора.

Следует отметить, что задача оптимизации раскроя имеет несколько критериев эффективности [7]. Следовательно, данную проблему следует трактовать как некоторую задачу дискретной оптимизации с векторным критерием качества. Для построения соответствующей формализованной модели воспользуемся аппаратом теории графов.

Представим совокупность возможных резов на объекте раскроя как множество V вершин некоторого графа. Пусть $u, v \in V$. Тогда дуга $e = (u, v)$ соответствует выкраиванию сортамента, торцы которого ограничены резами u и v . Схема раскроя есть не что иное, как последовательность дуг $(v_{i_0}, v_{i_1}), (v_{i_1}, v_{i_2}), \dots, v_{i_k} \in V$, т.е. некоторый путь в графе $G = (V, E)$, где E – множество дуг графа. Каждой дуге $e = (v_i, v_j)$ соответствует определенное значение вектора эффективности $\vec{q}(e) = \vec{q}(v_i, v_j)$. Тогда общая эффективность схемы

$$\vec{q}(v_0, v_1, \dots, v_n) = \sum_{i=0}^{n-1} \vec{q}(v_i, v_{i+1}).$$

При этом задача оптимизации раскроя сводится к поиску выбора эффективных путей в ориентированном графе G .

Соответствующий алгоритм разработан и теоретически обоснован автором [1], а также апробирован на многих тестовых и производственных задачах. Его основное преимущество по сравнению с известными методами, например алгоритмом линейной свертки критериев (АЛСК [6]), прежде всего заключается в том, что он гарантирует нахождение всего множества эффективных, в частности, Парето-оптимальных решений.

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Сосновые хлысты со средним диаметром $D_{0,5} = 22$ см и длиной $H = 28$ м необходимо раскроить на пиловочные бревна длиной 4,0; 4,5; 5,0; 5,5 и 6,0 м, а также на балансы длиной 2,0 и 4,0 м. Примем: протяженность зоны балансов – 5 ... 28 м, пиловочника – 0 ... 17 м. Для определения набора Парето-оптимальных схем раскроя в качестве частных критериев будем использовать: q_{Π} – цилиндрический объем пиловочных бревен, $q_{\text{Б}}$ – объемный выход балансов по ГОСТ 270844.

Для расчета значений векторных весов $\vec{q}(e)$ дуг графа G воспользуемся математической моделью хлыста [2, 7]. Согласно [2], имеем следующее выражение для диаметра хлыста в сечении, отстоящем от комля на расстоянии L :

$$D(L) = D_{0,5} \left[0,009 \left(\frac{L}{H} \right)^4 - 1,917 \left(\frac{L}{H} \right)^3 + 3,091 \left(\frac{L}{H} \right)^2 - 2,068 \left(\frac{L}{H} \right) + 1,481 \right].$$

Обозначим $v(L)$ – вершина графа, соответствующая резу в сечении L . Тогда получим следующие формулы для расчета критериев:

$$q_{\text{П}} [v(L), v(L-a)] = \begin{cases} \frac{\pi}{4} aD^2(L), & \text{если } L \in S_{\text{П}}; \\ 0, & \text{если } L \notin S_{\text{П}}; \end{cases}$$

$$q_{\text{Б}} [v(L), v(L-b)] = \begin{cases} V_{\text{ГОСТ}} [b, D(L)], & \text{если } L \in S_{\text{Б}}; \\ 0, & \text{если } L \notin S_{\text{Б}}, \end{cases}$$

где a и b – длина пиловочного и балансового бревна, соответственно $a = 4,0, \dots, 6,0; b = 2,0; 4,0;$

$V_{\text{ГОСТ}}(b, D)$ – объем бревна длиной b и диаметром D по ГОСТ 270844 (для его вычисления можно воспользоваться формулой из [4]);

$S_{\text{П}}$ и $S_{\text{Б}}$ – множества координат резов, соответственно принадлежащих пиловочной и балансовой зонам.

В результате получен граф, содержащий 106 вершин и 433 дуги. В табл. 1 приведены фрагменты таблицы ребер этого графа. Нулевые значения критериев соответствуют либо фиктивным ребрам, либо координатам резов, попавших в запрещенные зоны.

Применение алгоритма [1] позволило найти 48 Парето-оптимальных вариантов раскроя при их общем числе для данного примера около 395 тыс. Некоторые из эффективных схем приведены в табл. 2.

Схемы 1 и 2 позволяют получить максимально возможный выход пиловочника и баланса, однако при этом выход деловой древесины низок из-за наличия отходов. Схемы 3 и 4 дают максимум выхода пиловочника и

Таблица 1

Номер ребра	Начальная вершина	Координата реза	Конечная вершина	Координата реза	Сортимент	$q_{\text{Б}}$	$q_{\text{П}}$
1	1	0,0	5	2,0	2,0 Б	0	0
2	1	0,0	9	4,0	4,0 Б	0	0
3	1	0,0	58	*	4,0 П	0	235
4	58	*	9	4,0		0	0
5	1	0,0	10	4,5	4,5 П	0	254
6	1	0,0	11	5,0	5,0 П	0	273
...
10	2	0,5	6	2,5	2,0 Б	0	0
11	2	0,5	10	4,5	4,0 Б	0	0
12	2	0,5	59	*	4,0 П	0	226
13	59	*	10	4,5		0	0
14	2	0,5	11	5,0	5,0 П	0	246
...
19	3	1,0	7	3,0	2,0 Б	0	0
20	3	1,0	11	5,0	4,0 Б	257	0
21	3	1,0	60	*	4,0 П	0	218
22	60	*	11	5,0	–	0	0
...

Примечание. 1. Звездочкой отмечены фиктивные координаты резов, введенные из-за совпадения длины 4-метровых баланса и пиловочника. 2. Здесь и далее, в табл. 2, обозначено: П – пиловочные бревна, Б – балансы.

Таблица 2

Номер схемы	Схема	$q_{\text{П}}$	$q_{\text{Б}}$
		м ³	
1	4,0 П – 4,0 П – 4,5 П – 4,5 П – 6 (2,0 Б) – 1,0 Отх	0,880	0,277
2	2,0 Отх – 2,0 Б – 2,0 Б – 4,0 Б – 4,0 Б – 5 (2,0Б)	0,000	1,022
3	4 (4,0 П) – 4,0 Б – 4 (2,0 Б)	0,841	0,328
4	4,0 П – 2,0 Б – 2,0 Б – 2,0 Б – 4,0 Б – 4,0 Б – 5 (2,0 Б)	0,275	0,895
5	4,0 П – 4,0 П – 4,0 П – 4,0 Б – 4,0 Б – 4 (2,0 Б)	0,678	0,491
6	4,0 П – 2,0 П – 2,0 Б – 4,0 П – 4,0 П – 4,0 Б – 4 (2,0 Б)	0,623	0,548

Примечание. 1. «Отх» – отход. 2. Цифры в схеме перед П и Б – длина выкраиваемого сортимента, коэффициент перед скобкой – число повторений.

балансов при условии полного использования длины хлыста, схемы 5 и 6 – примерно равный выход пиловочника и балансов.

Для сравнения эта же задача была решена с помощью АЛСК. Было сгенерировано 1000 наборов весовых коэффициентов для двух критериев. С помощью каждого набора образована линейная свертка частных критериев и для полученных сверток методом поиска кратчайшего пути в ациклическом графе [5] найдены оптимальные схемы раскроя. Всего было получено 13 различных Парето-оптимальных вариантов раскроя, т. е. значительно меньше, чем с помощью алгоритма [1].

Описанный алгоритм может быть без изменений применен также для оптимального раскроя каждого конкретного хлыста. Для этого необходима соответствующая модель, позволяющая определить величину $D(L)$ – диаметр данного хлыста в сечении L . Это может быть, например, кусочно-линейная модель [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугаев Ю.В., Сысоев В.В. Векторный вариант алгоритма Фрода-Беллмана // Искусств. интеллект: Сб. науч. тр. – М.: ИФТП, 1998. – С. 33–41.
2. Васильев В.Н. Исследование и разработка средств автоматического учета хлыстов и бревен для АСУТП первичной обработки древесины в поперечных потоках: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – Красноярск, 1979. – 21 с.
3. Воевода Д.Н., Китайник Л.М., Перельмутер Ю.Н. Об оптимальных кусочно-линейных моделях профиля хлыстов // Лесн. пром-сть. – 1977. – № 3. – С. 8–11.
4. Зильберман М.М., Попов М.А. Интерпретация таблиц объемов круглых лесоматериалов ГОСТ 270844 функцией двух переменных // Автоматизация и механизация деревообрабатывающих пр-в: Сб. науч. тр. – Л.: ЛТА, 1968. – С. 84–88.
5. Литский В. Комбинаторика для программистов / Пер. с польск. – М.: Мир, 1988. – 213 с.
6. Меламед И.И., Сигал И.Х. Исследование линейной свертки критериев в многокритериальном дискретном программировании // Журн. вычисл. математики и мат. физики – 1995. – 35, № 8. – С. 1260–1270.
7. Петровский В.С. Оптимальная раскрывка лесоматериалов. – М.: Лесн. пром-сть, 1998. – 288 с.

Воронежская государственная технологическая академия

Поступила 25.01.01

Yu. V. Bugaev

**Use of Vector Optimization on the Graphs for Wood
Cutting Modelling**

The efficient algorithm is offered allowing to estimate the optimal variants of wood cutting of the given type and size.
