ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 4 ЛЕСНОЙ ЖУРНАЛ 1992

УДК 630*362 : 621.92

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНЫХ МАШИН

В. И. КУЧЕРЯВЫЙ

Ухтинский индустриальный институт

Лесозаготовительные машины и оборудование представляют собой сложные механические системы, надежность элементов которых гарантируется расчетами на прочность. Вследствие случайного характера параметров прочности материала, нагрузок и размеров имеется определенная вероятность отказов даже при значительном коэффициенте запаса. Наиболее существенным фактором, снижающим надежность детали, является распределение нагрузок, обусловленное изменчивостью условий эксплуатации.

В данной статье рассматривается методика надежностного проектирования, т. е. подбор размеров поперечных сечений элементов по заданной величине R.

Величина R представляет собой вероятность P события, для которого в критической точке сечения действующие (расчетные) напряжения σ меньше предельных σ_0, т. е. $R = P(y = \sigma_0 - \sigma \geqslant 0)$. Случайные величины σ_0 и σ могут иметь различные плотности распределения вероятностей $f(\sigma_0)$ и $f(\sigma)$. Плотность распределения величины y (запас прочности) обозначим через $f(y)$, тогда

$$R = \int_0^{+\infty} f(y)\,dy. \qquad (1)$$

Для нахождения распределения y используем аппарат характеристических функций (ХФ) [4]. Плотностям $f(\sigma_0)$ и $f(\sigma)$ соответствуют ХФ $g_1(t)$ и $g_2(t)$. Перемножив их, получаем ХФ величины y:

$$g_y(t) = g_1(t)\,g_2(t). \qquad (2)$$

Подвергая $g_y(t)$ обратному преобразованию Фурье, имеем искомую плотность запаса прочности y:

$$f(y) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ity)\,g_y(t)\,dt, \qquad (3)$$

где t — действительное число, $-\infty < t < +\infty$.

Подставляем $f(y)$ в выражение (1):

$$R = (2\pi)^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ity)\,g_1(t)\,g_2(t)\,dt. \qquad (4)$$

Если величины σ_0 и σ подчиняются нормальному распределению, то выражение (2) приводится к виду [2]:

$$R = \Phi\left[\bar{\sigma}_0 - \bar{\sigma})/(S_1^2 + S_2^2)^{-1/2}\right] = \Phi(z), \qquad (5)$$

где $\Phi(z)$ — функция Лапласа вида

$$\Phi(z) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{z} \exp(-x^2/2)\, dx; \tag{6}$$

$\bar{\sigma}_0$, $\bar{\sigma}$, S_1^2, S_2^2 — соответственно математические ожидания (МО) и дисперсии предельных и действующих напряжений.

Ранее выражение (6) приводилось в работах Н. С. Стрелецкого, А. Р. Ржаницына и В. В. Болотина. Многочисленные исследования по испытанию материалов [1, 3] показывают, что параметры прочности материалов и размеры элементов подчиняются нормальному распределению. Например, распределение Шарлье, а в ряде случаев и распределение Вейбулла, можно аппроксимировать нормальным.

Выполняем вероятностный расчет элемента кругового поперечного сечения по заданной величине R для случая плоского изгиба, считая напряжения стационарными функциями случайных аргументов. Пусть σ — нормальное напряжение, M — изгибающий момент, d — диаметр элемента.

Известно, что

$$\sigma = 32M/\pi d^3. \tag{7}$$

Имеем случайные величины M и d с известными математическими ожиданиями ($\bar{M}$, $\bar{d}$) и дисперсиями (S_M^2, S_d^2). Математическое ожидание напряжения $\bar{\sigma}$ и дисперсию S_σ^2 находим с помощью метода линеаризации [4], предполагая, что аргументы M и d некоррелированы:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= 32\bar{M}/\pi\bar{d}^3; \\ S_\sigma^2 &= [\partial\sigma/\partial\bar{M}]^2 S_M^2 + [\partial\sigma/\partial d]^2 S_d^2. \end{aligned} \tag{8}$$

В выражении для S_σ^2 принимаем, что допуск для диаметра равен некоторой доле α от среднего значения $\bar{d}$, т. е. $S_l = (\alpha/3)\,\bar{d}$.

Подставляя $\bar{\sigma}$ и S_σ^2 в (5), получаем функцию надежности элемента для случая плоского изгиба:

$$R = \Phi\left[\frac{\bar{\sigma}_0 - (32\bar{M})/(\pi\bar{d}^3)}{\sqrt{S_1^2 + [(96S_M)^2 + (32\alpha\bar{M})^2]/(9\pi^2\bar{d}^6)}}\right]. \tag{9}$$

В формуле (9) выражение в скобках — это аргумент функции $\Phi(z)$. По значению z выбираем R из приложений теории вероятностей. Разрешаем (9) относительно МО диаметра $\bar{d}$:

$$A\bar{d}^6 - B\bar{d}^3 + C = 0, \tag{10}$$

где коэффициенты A, B, C определяются по следующим формулам:

$$A = \pi^2\left[\bar{\sigma}_0^2 - (zS_1)^2\right]; \tag{11}$$

$$B = 64\pi\bar{M}\bar{\sigma}_0; \tag{12}$$

$$C = (32M)^2 - (32z)^2\left[S_M^2 + (\alpha\bar{M}/3)^2\right]. \tag{13}$$

Уравнение (10) позволяет определять МО диаметра элемента по заданной величине R для нормальных распределений σ_0 и σ.

Если σ_0 и σ подчиняются распределению Рэлея, то подбор $\bar{d}$ по величине R ведется по формуле

$$\bar{d} = \{1024R\,[S_M^2 + (\alpha\bar{M})^2]/(\pi S_1)^2(1-R)\}^{-1/6}, \tag{14}$$

где $\bar{M} = 1{,}253\,S_M$;
$\bar{\sigma}_0 = 1{,}253\,S_1$.

В случае, когда σ_0 и σ имеют показательное распределение, формула подбора МО диаметра $\bar{d}$ имеет вид

$$\bar{d} = \{(32\bar{M}R)/[\pi\bar{\sigma}_0(1 - R)]\}^{-1/3}. \quad (15)$$

В качестве примера выполнен подбор диаметра вала роликового лесотранспортера по значению $R = 0{,}975$, которому соответствует $z = 1{,}96$. Известна следующая информация о случайных величинах МО и СКО (среднее квадратическое отклонение):
для предела прочности

$$\bar{\sigma}_0 = 470 \text{ МПа}; \quad S_1 = 23{,}5 \text{ МПа};$$

для момента

$$\bar{M} = 152 \cdot 10^{-5} \text{ МН}\cdot\text{м}; \quad S_M = 12{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ МН}\cdot\text{м}; \quad \alpha = 0{,}015.$$

Вычисляя коэффициенты по формулам (11)—(13), подставляем их в уравнение (10):

$$210{,}3 \cdot 10^{-4}\bar{d}^6 - 143{,}6\bar{d}^3 + 21{,}3 \cdot 10^{-4} = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) имеет два положительных корня: $\bar{d}_1 = 35 \cdot 10^{-3}$ м и $\bar{d}_2 = 30 \cdot 10^{-3}$ м. Первый обеспечивает заданную вероятность неразрушения, равную 0,975, второй приводит к вероятности отказа, равной 0,025.

Аналогично выполняется подбор размеров и для других форм сечений и видов нагружения, а также для любых анормальных распределений исходных величин. Однако в ряде случаев решение интеграла (4) может быть произведено только численными методами. Для реализации данной методики нужно задаться видом распределения, поскольку на этапе проектирования объем статистических данных ограничен. По мере эксплуатации машин вид распределения может быть уточнен с помощью соответствующих критериев согласия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и сортамента / А. А. Кузнецов, О. М. Алифанов, В. И. Ветров и др.— М.: Машиностроение, 1970.— 568 с. [2]. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем / Пер. с англ.— М.: Мир, 1980.— 604 с. [3]. Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний.— М.: Машиностроение, 1985.— 235 с. [4]. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей.— М.: Наука, 1982.— 256 с.

Поступила 12 мая 1992 г.

УДК 630*377.44.001.24

МЕТОД РАСЧЕТА РЕАКТИВНОГО ДАВЛЕНИЯ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ НА ГУСЕНИЧНЫЙ ДВИЖИТЕЛЬ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

М. О. СОКОЛОВ, А. П. КУЗНЕЦОВ

ЦНИИМЭ

Одним из эксплуатационных качеств лесозаготовительной машины (ЛЗМ) является ее проходимость, которая определяется совокупностью тягово-сцепных, опорно-временных, конструктивно-дорожных и других показателей. На стадии проектирования актуально и необходимо определение проходимости ЛЗМ методами аналитических исследо-