

УДК 539.3+624.011

**ИССЛЕДОВАНИЕ СОПОСТАВИТЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ
ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ И СЖАТО-ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ИЗ ДРЕВЕСИНЫ (ПО НОРМАМ СНИП II-25–80
И ПО ТЕОРИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ)**

© К.П. Пятикрестовский, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.

ЦНИИСК им В.А. Кучеренко ОАО «НИЦ «Строительство», ул. 2-я Институтская, .6,

Москва, Россия, 109428

E-mail: stroymex@list.ru

Различие физических явлений, лежащих в основе статических расчетов внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов, вызывает сомнения у специалистов в справедливости норм. Выполнены сравнительные расчеты защемленных стоек на основе приближенных решений дифференциальных уравнений изогнутой оси по формулам сопротивления материалов и по формуле, рекомендуемой СНИП.

Потребность в таких расчетах обусловлена новыми конструкторскими разработками, обеспечивающими жесткое защемление концов деревянных элементов.

Теория расчета сжато-изгибаемых и внецентренно сжатых стержней по уравнениям сопротивления материалов предполагает использование выражений как в упругой стадии работы, так и за ее пределами. При этом задача расчета по крайевым напряжениям усложняется влиянием деформаций и необходимостью использовать переменный модуль упругости. Показана правомерность упрощения расчета по нормам путем введения постоянного модуля упругости для предельных состояний второй группы (10 000 МПа) и для расчета по предельным состояниям первой группы, пониженного до 4 500 МПа. Формула применима во всем диапазоне нагрузок. Установлен предел применимости расчета внецентренно сжатых стоек по формуле, принятой в СНИП для расчета центрально сжатых элементов на устойчивость.

Ключевые слова: внецентренно сжатые и сжато-изгибаемые элементы, древесина, методика расчета, точные, приближенные и практические расчеты.

Работа выполнена в связи с необходимостью уточнения указания СНИП II-25–80 [6] и последующих редакций по п. 4.17, где отмечено, что расчет на прочность внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов следует производить по формуле

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_{\text{д}}}{W_{\text{расч}}} \leq R_{\text{с}}, \quad (1)$$

где N – нормальная сила;

$F_{\text{расч}}$ – площадь расчетного сечения нетто;

$M_{\text{д}}$ – изгибающий момент от действия поперечных сил и продольных нагрузок, определяемый из расчета по деформированной схеме;

$W_{\text{расч}}$ – расчетный момент сопротивления поперечного сечения;

$R_{\text{с}}$ – расчетное сопротивление сжатию вдоль волокон.

Очевидно, это указание основывается на стремлении упростить практические расчеты. Имеется в виду, что при этом будет обеспечен запас прочности внецентренно сжатых элементов. Различие физических явлений, лежащих в основе обоих случаев напряженно-деформированного состояния, вызывает сомнение специалистов в справедливости норм.

В данной работе выполнены сравнительные расчеты сжато-изгибаемых и внецентренно сжатых элементов в виде защемленных стоек на основе приближенных решений дифференциальных уравнений изогнутой оси и формулы (28) СНиП (в нашей статье это формула (1)).

Потребность в таких расчетах обусловлена новыми конструкторскими разработками, обеспечивающими жесткое защемление концов деревянных элементов.

Ставится задача по возможности сохранить структуру формул СНиП для практически важных случаев расчета и оценить погрешность и пределы применимости имеющихся приближенных решений.

Как известно [6, 8], формула (1) представляет собой результат приближенного решения внутренне статически неопределимой задачи о продольно-поперечном изгибе гибких стержней по деформированной схеме, когда вследствие деформаций стержня от поперечной нагрузки возникает дополнительный изгибающий момент от продольной сжимающей силы. Этот изгибающий момент может оказаться значительным и пренебрегать им нельзя.

Для случая, показанного на рис. 1, изгибающий момент можно определить как сумму двух моментов:

$$M = M_0 + Pv, \quad (2)$$

где M_0 – момент от поперечных сил, определяемый обычным способом;

P – продольная сжимающая сила;

v – прогиб стержня от поперечной силы P_1 .

Статическая неопределимость задачи продольно-поперечного изгиба объясняется тем, что суммарный изгибающий момент в сечениях стержня может быть рассчитан только тогда, когда известны перемещения, вместе с тем последние нельзя определить, не зная изгибающих моментов.

Точное решение задачи продольно-поперечного изгиба представляет большие трудности, поэтому используется приближенное дифференциальное уравнение [8]:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M_0 + Pv}{EI}, \quad (3)$$

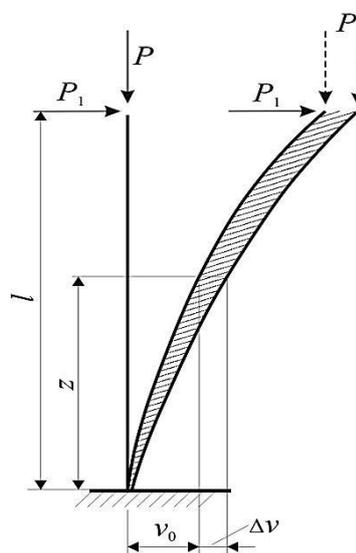


Рис.1. К решению задачи о продольно-поперечном изгибе стойки

где E – модуль упругости материала стержня;
 I – момент инерции поперечного сечения.

Рассмотрим приближенный способ определения прогибов при продольно-поперечном изгибе. На рис. 1 показана стойка, защемленная на опоре с произвольной поперечной нагрузкой P_1 и продольной сжимающей силой P . Прогиб от этих нагрузок можно представить в виде суммы двух прогибов:

$$v = v_0 + \Delta v, \quad (4)$$

где v_0 – прогиб, вызываемый действием только поперечной нагрузки, без учета продольной силы P ;

Δv – дополнительный прогиб (заштрихован на рис. 1), появившийся в результате действия сжимающей силы P .

Подставим выражение (4) в дифференциальное уравнение (3):

$$\frac{d^2 v_0}{dz^2} + \frac{d^2 \Delta v}{dz^2} = -\frac{M_0}{EI} - \frac{Pv}{EI}. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) строится на предположении, что дополнительные прогибы изменяются по следующему закону [4]:

$$\Delta v = f \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2l} \right). \quad (6)$$

В этом и заключается приближенность решения:

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{Pl^2}{\pi^2 EI}}. \quad (7)$$

Учитывая, что для рассматриваемого случая $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$ представляет собой выражение эйлеровой критической силы, окончательно получаем:

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{P}{P_{кр}}}. \quad (8)$$

Для нашего варианта закрепления концов [8] имеем

$$v_0 = \frac{P_1 l^3}{3EI}. \quad (9)$$

Следует иметь в виду, что приближенной формулой (8) нельзя пользоваться в тех случаях, когда сжимающая сила будет близка к критической силе, так как в пределе при $P = P_{кр}$ прогиб стремится к бесконечности. Этой неопределенности можно избежать только путем строгого решения с использованием точного выражения кривизны стержня. Однако [4] точность, которую дает формула (8), вполне достаточна для случаев, когда сжимающая сила лежит в интервале $0 \leq P \leq 0,8P_{кр}$.

Указанные факты положены в основу разработки практического метода расчета путем упрощения дифференциальных уравнений.

В [8] утверждается, что в инженерных задачах, которые встречаются в строительной практике, сжимающая сила обычно не превышает $(0,5 \dots 0,6)P_{кр}$. На этот факт мы обратим внимание далее в статье.

Дальнейший анализ решения приближенного уравнения (5) дает выражения для изгибающего момента и наибольших краевых напряжений:

$$M = M_0 + Pv_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{кр}}}; \quad (10)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M_0}{W} + \frac{Pv_0}{W} \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{кр}}}. \quad (11)$$

При продольно-поперечном изгибе стержня напряжения нелинейно связаны с силой P , поэтому по величине напряжений нельзя судить о запасе прочности при заданной нагрузке. Для выяснения этого вопроса строят графики изменения напряжений в зависимости от силы P (рис. 3 в работе [8]).

Рассмотрим теперь расчет внецентренно сжатой гибкой стойки и сравним результаты с предыдущим расчетом на продольно-поперечный изгиб для выяснения вопроса пределов применимости указанных норм [4].

На рис. 2 показана внецентренно сжатая стойка. Если она достаточно гибкая, то при определении изгибающих моментов нельзя пренебречь ее деформациями. Изгибающий момент в произвольном сечении определяется следующим равенством [8]:

$$M = P \delta + e - v, \quad (12)$$

где δ – см. рис. 2;

e – эксцентриситет приложения силы P ;

v – прогиб стержня от горизонтали.

Дифференциальное уравнение изгиба примет следующий вид:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{P \delta + e - v}{EI} \quad (13)$$

или

$$\frac{d^2v}{dz^2} + k^2v = k^2 \delta + e, \quad (14)$$

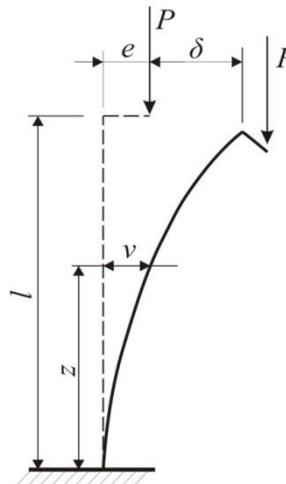


Рис. 2. К решению задачи о внецентренной сжатии стойки

где

$$k^2 = \frac{P}{EI}. \quad (15)$$

Не вдаваясь в подробности решения уравнения, которое известно, приведем выражение для определения основных показателей напряженно-деформированного состояния:

прогиб

$$v = \frac{e}{\cos kl} (1 - \cos kz); \quad (16)$$

изгибающий момент в заделке

$$M_{\max} = P \delta + e = \frac{Pe}{\cos kl}; \quad (17)$$

наибольшее напряжение в заделке при сжатии и изгибе

$$\sigma_{\max} = -\left(\frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W}\right) = -\frac{P}{F}\left(1 + \frac{Fe}{W \cos kl}\right). \quad (18)$$

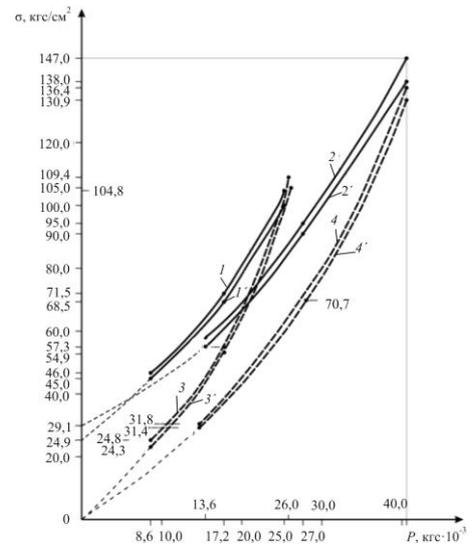
Введем понятие относительного эксцентриситета $m_e = \frac{e}{c}$ (где $c = \frac{W}{F}$), тогда запишем формулу (18) в окончательном компактном виде:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_0 \left(1 + \frac{m_e}{\cos kl}\right), \quad (19)$$

где σ_0 – напряжение от чистого сжатия, $\sigma_0 = \frac{P}{F}$.

Из формулы (19) видно, что наибольшие напряжения во внецентренно сжатой гибкой колонне, как и в сжато-изгибаемой, нелинейно зависят от силы P (рис. 3).

Рис. 3. Графики зависимости $P - \sigma$: 1, 1' – сжатие с изгибом для стоек сечением 16×36 см и 16×42 см соответственно; 2, 2' – сжатие с изгибом для стоек сечением 16×36 см и 16×42 см соответственно; 3, 3', 4, 4' – внецентренное сжатие для стоек сечением 16×36 см и 16×42 см соответственно; а – по «точной» теории, б – по формуле (28) из СНиП II-25-80 (линии 1, 1' и 2, 2' при $P = 0$ начинаются не от начала координат, так как значение поперечной силы $P_1 = 0,005P_{кр}$ принято постоянным для всех значений силы P)



Практические методы расчета

Расчет сжатых стержней на прочность производится по элементарной формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{нт}} \leq R_c, \quad (20)$$

где $F_{нт}$ – площадь поперечного сечения нетто;

R_c – расчетное сопротивление древесины сжатию вдоль волокон.

Для гибких стержней необходима проверка или подбор сечения по расчету на устойчивость [2, 3]. При этом применяется коэффициент продольного изгиба φ , который предусматривает уменьшение расчетного сопротивления при продольном изгибе:

$$\varphi = \frac{\sigma_{кр}}{R_c \gamma} = f \lambda. \quad (21)$$

Здесь γ – коэффициент условий работы (коэффициент запаса);

λ – гибкость стержня, $\lambda = \frac{l_0}{i}$;

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = 0,2898h.$$

Для деревянных центрально сжатых элементов:

$$\varphi = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 \text{ при } \lambda \leq 70; \quad (22)$$

$$\varphi = \frac{3000}{\lambda^2} \text{ при } \lambda > 70. \quad (23)$$

Эти формулы используются в СНиП и для определения M_d в формуле (1) при расчете сжато-изгибаемых и внецентренно сжатых элементов по деформированной схеме.

Методика расчета внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов, принятая в СНиП II-25–80 [6], предполагает замену последнего члена уравнения (11), учитывающего увеличение максимального краевого напряжения и прогиба в формуле (1) коэффициентом ξ , который вводят во второй член уравнения. Это делает расчетную формулу (1) удобной в применении для СНиП.

Для шарнирно опертых элементов при симметричных эпюрах изгибающих моментов синусоидального, параболического, полигонального и близких к ним очертаний, а также для консольных элементов, M_d следует определять по формуле

$$M_d = \frac{M}{\xi}, \quad (24)$$

где M – изгибающий момент в расчетном сечении без учета дополнительного момента от продольной силы;

ξ – коэффициент, изменяющийся от 1 до 0 и учитывающий дополнительный момент от продольной силы вследствие прогиба элемента,

$$\xi = 1 - \frac{N}{\varphi R_c F_{бр}}; \quad (25)$$

φ – коэффициент продольного изгиба, определяемый по формулам (22) или (23);

$F_{бр}$ – площадь поперечного сечения элемента брутто.

Выполнены сравнительные расчеты сжато-изгибаемых и внецентренно сжатых деревянных элементов по теории сопротивления материалов и по указаниям СНиП II-25-80 [6] для оценки возможного запаса несущей способности, обеспечиваемого формулами норм, и правомерности использования единого подхода к расчету внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов, принятого в нормах.

На основании многочисленных предварительных расчетов для анализа были выбраны деревянные стойки (длина 4 м) двух типов поперечных сечений, которые обладают гибкостью в плоскости действия моментов 67 и 76 соответственно, поскольку расчетные усилия для интервалов гибкости от 0 до 70 и от 70 до 200 определяются по различным формулам, т. е. имеются некоторые качественные различия деформирования этих стоек [5].

Правомерность сравнения результатов расчета обеспечивалась критерием нагрузки – критической продольной сжимающей силой. Напряжения и деформации определяли при нагрузках, выражаемых в долях критической силы: продольная сила – 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 и 0,6 $P_{кр}$, поперечную силу, вызывающую изгиб стержня, принимали равной 0,005 $P_{кр}$. При назначении нагрузок на основании предварительных расчетов руководствовались тем, чтобы напряжения и прогибы находились в интервале значений, соответствующих нормам.

Описанная теория сопротивления материалов на основе работ Т. Юнга, Ф.С. Ясинского, С.П. Тимошенко [9], В.М. Коченова [1], Г.С. Писаренко [7], Г.В. Свенцицкого и др. предполагает использование выражения (11) как в упругой стадии работы, так и за ее пределами.

При этом задача расчета по крайевым напряжениям усложняется влиянием деформаций и необходимостью использовать переменный модуль упругости. Упрощение расчета достигалось введением постоянного модуля упругости по формуле $E = 312R_{вр}$. Тогда модуль упругости деформаций получался равным начальному, т. е. $E = 100\,000$ кгс/см². Позже [1] перешли к пониженному модулю упругости $E' = 300R_c$ для расчета по предельным состояниям первой группы, относящемуся к упругопластической стадии работы древесины. Поэтому для вычисления коэффициента ξ в формулах (1), (24) и (25) нашей статьи следует принимать модуль упругости $E = 45\,000$ кгс/см² и расчетное напряжение $R_c = 150$ кгс/см² по СНиП [6]. При этом обеспечивается близкое совпадение результатов расчета по формуле (28) из СНиП [6] с результатами расчета по «точным» формулам сопротивления материалов.

Сравнение результатов расчетов стоек разного сечения

P , в долях от $P_{кр}$	P , кгс	ξ	Сжатие с изгибом			Внецентренное сжатие			$\sigma = \frac{N}{\phi F}$
			σ , кгс/см ²		ν (теория), см	σ , кгс/см ²		ν (теория), см	
			СНиП	теория		СНиП	теория		
Сечение 16×36 см									
0,2 $P_{кр}$	8 616	0,800	46,16	45,00	2,05/0,92	24,35	24,76	0,93/0,42	29,5
0,4 $P_{кр}$	17 233	0,600	71,50	68,50	2,73/1,23	54,86	57,30	2,50/1,125	59,0
0,6 $P_{кр}$	25 848	0,415	104,80	100,50	4,1/1,85	105,00	109,40	5,62/2,50	88,5
Сечение 16×42 см									
0,2 $P_{кр}$	13 683	0,790	57,20	59,00	3,25/1,46	31,44	31,80	0,93/0,42	31,2
0,4 $P_{кр}$	27 366	0,584	90,60	95,00	4,33/1,95	70,70	72,66	2,49/1,13	62,2
0,6 $P_{кр}$	41 049	0,375	138,60	147,00	6,5/2,90	130,90	136,40	5,62/2,50	93,7

Примечание. В числителе – прогибы, вычисленные при $E = 45\,000$ кгс/см², в знаменателе – прогибы, вычисленные при $E = 100\,000$ кгс/см².

Прогибы (см. знаменатели в столбцах 6 и 9 таблицы) лучше согласуются со смыслом расчетов, если принимать модуль упругости при их вычислении равным $100\,000$ кгс/см² в соответствии с указанием п. 3,5 СНиП [6]. При этом максимальные значения напряжений достигают величины расчетных сопротивлений почти одновременно с достижением предельных прогибов.

Сравнение результатов расчетов стоек (длина 4 м) двух типов приведено в таблице и на рис. 3.

В последнем столбце таблицы для сравнения приведены результаты расчета стоек на внецентренное сжатие по формуле $\sigma = \frac{N}{\phi F_{расч}}$, принятой в

СНиП для расчетов центрально сжатых элементов на устойчивость. Как и следовало ожидать, эта формула дает сопоставимые результаты с расчетами по формуле (28) СНиП при малых нагрузках и превышает последние при повышении нагрузок до $0,4P_{кр}$ и более.

Хотя сопоставительные расчеты проведены для продольных нагрузок, равных $0,2$; $0,3$; $0,4$; $0,5$ и $0,6P_{кр}$, в таблице и на рис. 3 представлены только три характерных значения $P = 0,2$; $0,4$ и $0,6P_{кр}$.

Видно небольшое расхождение результатов, полученных по формуле (28) СНиП [6], с результатами расчетов по формулам (11) и (12) данной статьи, соответствующих теории сопротивления материалов. При этом, как правило, последние превышают значения, определяемые по нормам (до 6 %). Это можно объяснить некоторыми условностями назначения расчетных сопротивлений в нормах.

Из проведенных исследований следует, что формула (28) СНиП [6] обеспечивает надежность расчетов деревянных конструкций при сжатии с изгибом и внецентренном сжатии при выполнении указаний пункта 3.5 о назначении модулей упругости при расчете по предельным состояниям второй

группы, равным $E = 100\,000 \text{ кгс/см}^2$ – вдоль волокон, $E_{90} = 400 \text{ МПа}$ – поперек волокон, т. е. начальным значениям.

При расчетах конструкций на устойчивость и по деформированной схеме, т. е. по предельным состояниям первой группы, оправдано снижение модуля упругости $E' = 300R_c$. При этом E' правильнее называть модулем деформаций (R_c – расчетное сопротивление сжатию вдоль волокон, принимаемое по табл. 3 СНиП II-25–80).

Формула (28) СНиП применима во всем диапазоне нагрузок, вплоть до $P = 0,8P_{кр}$.

Выполненная работа восполняет пробел в проектировании стоек, защищенных в опоре, поскольку прежние работы, например [1], не считали этот случай актуальным из-за невозможности осуществить жесткую заделку деревянных элементов.

Таким образом, подобное исследование, может быть, следует провести для расчета составных конструкций с учетом новых конструктивных разработок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коченов В.М. Экспериментально-теоретические исследования деревянных конструкций. М.: ГОНТИ, 1938. 239 с.
2. Лабудин Б.В., Матвеев Р.П., Санжаровский Р.С. Критерии устойчивости сжато-изогнутых стержней, усиленных титановыми элементами // Лесн. журн. 2006. № 5. С. 141–146. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Лабудин Б.В., Матвеев Р.П., Санжаровский Р.С. Устойчивость сжато-изогнутых стержней, усиленных титановыми элементами // Лесн. журн. 2006. № 3. С. 146–151. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов: учеб. пособие для техн. вузов / Миролубов И.Н., Енгальчев С.А., Сергиевский Н.Д., Алмаметов Ф.З., Курицын Н.А., Смирнов-Васильев К.Г., Яшина Л.В. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1985. 399 с.
5. Пяткрестовский К.П. К вопросу о выборе модулей упругости при расчете деревянных конструкций на прочность, устойчивость и по деформациям // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 6. С. 73–79.
6. СНиП II-25–80. Строительные нормы и правила. Ч. II. Нормы проектирования. Деревянные конструкции. М., 1982. 65 с.
7. Сопротивление материалов / Под ред. Писаренко Г.С. 5-е изд. перераб. и доп. К.: Вища шк., 1986. 775 с.
8. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / Под ред. Смирнова А.Ф. 3-е изд. М.: Высш. шк., 1975. 480 с.
9. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1960. 379 с.

Поступила 11.07.13

K.P. Pyatikrestovsky, Doctor of Engineering, Principal Researcher

Central Research Institute for Building Structures named after V.A. Kucherenko,

2-ya Institutskaya, 6, Moscow, 109428, Russia

E-mail: stroydex@list.ru

Comparative Calculations for Eccentrically Compressed and Compressed-Bent Wooden Components (According to Building Regulations SNIP II-25-80 and to the Theory of Strength of Materials)

The differences in the physical phenomena underlying static calculations for compressed-bent and eccentrically compressed components make experts doubt about the validity of the current standards. The author has performed comparative calculations for restrained struts based on approximate solutions of differential equations of deflection curve by the strength of materials formula and the recommended formula in Building Regulations.

Such calculations are needed due to new engineering developments providing rigid fixing for the ends of wooden components.

The calculation theory of compressed-bent and eccentrically compressed bars using strength of materials equations involves the use of the formulae both at the elastic stage and beyond. At the same time, the edge-stress calculation is complicated by the influence of deformations and the need to use variable modulus of elasticity. The author shows that the calculation by standards can be simplified by introducing a constant modulus of elasticity for the limit states of the second group (10,000 MPa) and to calculate the limit states of the first group, reduced to 4500 MPa. The formula can be applied within the entire load range. The author has determined the validity range of the calculation for eccentrically compressed struts by the formula adopted in the Building Regulations for stability analysis of central struts.

Keywords: eccentrically compressed components, compressed-bent components, wood, calculation methods, exact calculations, approximate calculations, practical calculations.

REFERENCES

1. Kochenov V.M. *Eksperimental'no-teoreticheskie issledovaniya derevyannykh konstruksiy* [Experimental and Theoretical Studies of Wooden Structures]. Moscow, 1938. 239 p.
2. Labudin B.V., Matveev R.P., Sanzharovskiy R.S. Kriterii ustoychivosti szhato-izognutykh sterzhney, usilennykh titanovymi elementami [Criteria of Compressed-Bent Bars Sustainability Reinforced by Titanic Elements]. *Lesnoy zhurnal*, 2006, no. 5, pp. 141–146.
3. Labudin B.V., Matveev R.P., Sanzharovskiy R.S. Ustoychivost' szhato-izognutykh sterzhney, usilennykh titanovymi elementami [Stability of Close-Bent Rods Reinforced by Titanic Elements]. *Lesnoy zhurnal*, 2006, no. 3, pp. 146–151.
4. Mirolubov I.N., Engalychev S.A., Sergievskiy N.D., Almametov F.Z. Kuritsyn N.A., Smirnov-Vasil'ev K.G., Vashina L.V. *Posobie k resheniyu zadach po protivleniyu materialov* [Study Guide to Solving Problems on Strength of Materials]. 5th ed. Moscow, 1985. 399 p.

5. Pyatikrestovskiy K.P. K voprosu o vybore moduley uprugosti pri raschete derevyannykh konstruksiy na prochnost', ustoychivost' i po deformatsiyam [On the Selection of Elastic Moduli at Strength, Buckling and Deformation Analyses of Wooden Structures]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*, 2012, no. 6, pp. 73–79.

6. *SNiP II-25-80. Stroitel'nye normy i pravila. Chast' II. Normy proektirovaniya. Derevyannye konstruksii* [Building Regulations II-25-80. Part II. Design Standards. Wooden Structures]. Moscow, 1982. 65 p.

7. *Soprotivlenie materialov* [Strength of Materials]. Ed. by Pisarenko G.S. 5th ed. Kiev, 1986. 775 p.

8. *Soprotivlenie materialov* [Strength of Materials]. Ed. by Smirnov A.F. 3rd ed. Moscow, 1975. 480 p.

9. Timoshenko S.P. *Soprotivlenie materialov* [Strength of Materials]. Moscow, 1960. 379 p.
