

УДК 630*5:630*61

О.В. БОЛОТОВ, Ю.М. ЕЛЬДЕШТЕЙН, А.А. КОЛЕСНИК

Сибирский государственный технологический университет

Болотов Олег Вадимович родился в 1950 г., окончил в 1972 г. Сибирский технологический институт, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой лесоинженерного дела Лесосибирского филиала Сибирского государственного технологического университета. Имеет 41 печатную работу в области лесозэксплуатации и экологии.



Ельдештейн Юрий Михайлович родился в 1947 г., окончил в 1971 г. Сибирский технологический институт, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и информатики Лесосибирского филиала Сибирского государственного технологического университета. Имеет более 40 печатных работ в области моделирования и оптимизации технологических процессов.



Колесник Алексей Алексеевич родился в 1953 г., окончил в 1976 г. Енисейский педагогический институт, старший преподаватель кафедры высшей математики и информатики Лесосибирского филиала Сибирского государственного технологического университета. Имеет 3 печатные работы в области моделирования и оптимизации технологических процессов.



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЛЕСНОГО ФОНДА И ОПТИМИЗАЦИЯ ЛЕСОПОЛЬЗОВАНИЯ*

Разработана математическая модель определения оптимальной лесосеки, учитывающая динамику лесного фонда.

The mathematical model of determining the optimum cutting areas has been worked out taking into account the dynamics of the forest stock.

* В порядке обсуждения.

В целом лесное хозяйство представляет собой сложную динамически управляемую систему с распределительными параметрами, причем ее состояние в любой произвольный момент времени носит вероятностный характер. Состояние этой системы определяется большим числом абиогенных, биогенных и антропогенных факторов. Влияние этих факторов на функционирование системы изучено пока далеко не полностью.

Поэтому задача составления математической модели для определения оптимальной лесосеки остается актуальной. Предлагаемая нами модель учитывает динамику изменения лесного фонда и позволяет определять оптимальную по тому или иному критерию лесосеку, при которой достигается эффект саморегулирования системы за счет наличия в ней обратной связи.

Размер рубок главного пользования в k -й период времени определяется на основе состояния системы в $k-1$ -й период времени. В то же время за счет лесонасаждений на вырубленных площадях состояние системы определяется размерами рубок в предыдущие периоды времени. Таким образом, величина расчетной лесосеки в k -й период времени определяется площадью спелых и перестойных лесов S_g^k (где g — число возрастных градаций), а также интенсивностью перехода системы из одного состояния в другое, в частности приспевающих лесов S_{g-1}^k в категорию спелых [2].

Обозначим коэффициент, определяющий интенсивность этого перехода, через α , тогда площадь рубок главного пользования X_k может быть выражена формулой

$$X_k \leq S_g^k + \alpha S_{g-1}^k \quad (1)$$

(под периодом времени или временной единицей здесь подразумевается величина временной градации лесов, которая для лиственных лесов принимается равной 10, а для хвойных — 20 годам. В дальнейшем для краткости говорится только о десятилетних возрастных градациях).

Если считать, что площадь лесопосадок S_1^k в k -й период времени равна площади рубок в $k-1$ -й период X_{k-1} , то динамика развития лесного фонда в пределах периода рубки, равного числу возрастных градаций g , может быть представлена в следующем виде:

$$S_1^k = X_{k-1}; \quad (2)$$

$$S_i^k = S_{i-1}^{k-1}, \quad i = \overline{2, g-1}, \quad (3)$$

где S_1^k — площадь спелых и перестойных лесов в k -м десятилетии;

S_i^k — площадь леса i -й возрастной градации в k -м десятилетии;

S_{i-1}^{k-1} — площадь леса предыдущей возрастной градации в предыдущем десятилетии.

Площадь спелых и перестойных лесов в k -й период определяется не только площадью приспевающих лесов в $k-1$ -й период, но и площадью рубки X_{k-1} . В общем виде получаем

$$S_g^k = \sum_{i=1}^{k-1} S_{g-i} - \sum_{i=1}^{k-1} X_i \quad (4)$$

Таким образом, динамика рассматриваемой системы описывается уравнениями (2), (3) и (4). С учётом этих уравнений можно построить математическую модель, позволяющую определить размер оптимальной лесосеки для любого десятилетия.

При математической формулировке этой задачи для отдельно взятой хозяйственной секции необходимо учитывать следующие требования:

1. Не должно происходить истощения спелых и перестойных лесов. Это возможно только в том случае, если скорость рубки не превышает скорости приспевания древесины:

$$dX/dt \leq dS^1/dt \quad (5)$$

После интегрирования получаем суммарную площадь лесосек за время оборота рубки T :

$$\sum_{i=1}^d X_i = \int_0^T dX/dt \leq \int_0^T dS^1/dt \quad (6)$$

Расчетная лесосека определяется только для спелых и перестойных лесов, что в математической форме может быть выражено формулой

$$\sum_{k=1}^d X_k \leq \sum_{k=1}^d S_{g-k+1}^1 + \alpha S_{g-d}^1 \quad (7)$$

где d – число расчетных десяти- или двадцатилетий, в зависимости от породного состава древостоев (далее для краткости – десятилетия).

2. Лесопользование должно быть по возможности равномерным и неубывающим, что обеспечивается при

$$X_{d+1} - X_d \geq 0 \quad (8)$$

Это ограничение носит главным образом социальный характер и позволяет стабилизировать организацию производства и его техническое обеспечение.

3. Не должно происходить накопления спелых и перестойных лесов. В общем случае краткая форма записи этого ограничения может быть представлена в виде

$$\sum_{k=1}^m X_k \leq \sum_{k=1}^m S_{g-k+1}^1 + \alpha S_{g-m}^1, \quad m = \overline{1, d-1}, \quad (9)$$

где m – номер расчетного десятилетия.

В качестве целевой функции может выступать максимум суммарной площади рубки за все расчетные десятилетия:

$$F = \sum_{k=1}^d X_k \rightarrow \max. \quad (10)$$

Как показали наши исследования, определение расчетных лесосек по полученной модели обеспечивает выполнение указанных ограничений и наибольшее, по сравнению с расчетом другими известными методами, значение целевой функции. При этом происходит выравнивание распределения площади насаждений по возрастным градациям. Однако требование неистощимости спелых лесов выполняется только в пределах заданного в модели числа расчетных десятилетий, которое обычно составляет период рубки [1]. Простое же увеличение числа расчетных десятилетий оказывается математически некорректным. В этом случае задача решений не имеет, так как она не ограничена сверху: все расчетные лесосеки, номер которых больше или равен числу возрастных градаций g , не входят во второй тип ограничений и могут принимать любые значения в диапазоне $X_{k-1} \leq X_k \leq \infty$. В таком случае расчетная лесосека X_n при $n > g$ может быть найдена по формуле

$$X_n \leq S_1^1 + \sum_{i=1}^{n-g} X_i - \sum_{j=g}^{n-1} X_j + \alpha X_{n-g+1} \quad (11)$$

или после переноса неизвестных в левую часть

$$X_n - \sum_{i=1}^{n-g} X_i + \sum_{j=g}^{n-1} X_j - \alpha X_{n-g+1} \leq S_1^1, \quad n = \overline{g, g+k}. \quad (12)$$

Как показывает проведенный анализ, определение расчетных лесосек по полученной модели на время, равное двум оборотам рубки, позволяет выполнить все приведенные требования и получить максимальное значение целевой функции при любых исходных распределениях исходных площадей насаждений по возрастным градациям.

Полученная модель по своей структуре представляет обычную задачу линейного программирования, которая может быть легко решена симплекс-методом.

Симплекс-метод – универсальный метод решения задач линейного программирования. Он позволяет уточнить и конкретизировать задачу путем введения дополнительных ограничений, например по максимально допустимым затратам, связанным с лесозаготовками и лесовосстановлением, охраной лесов от пожаров и вредителей и пр.:

$$Z_j X_j \leq R_j, \quad (13)$$

где Z_j – затраты на 1 га лесосеки в j -м десятилетии;

R_j – финансовые возможности предприятия в j -м десятилетии.

Так же просто этим методом можно произвести расчет лесосек не по их площади, а по объему заготавливаемой древесины, что для прямых потребителей лесопродукции, без сомнения, представляет значительно больший интерес. При этом структура модели остается прежней.