

от 2 до 6 % (см. рис. 6, светлые кружки). Например, образцы № 1 и № 10 с начальной влажностью соответственно 49 и 16 % после высушивания имели одинаковую влажность 4 %.

Таким образом, проведенный эксперимент подтвердил выводы теоретической модели и продемонстрировал эффект выравнивания влажности древесины после СВЧ-сушки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны.— М.: Радио и связь, 1988.— С. 440. [2]. СВЧ-энергетика. Применение энергии СВЧ в промышленности. / Под ред. Э. Окресса.— М.: Мир, 1971.— 272 с. [3]. Торговников Г. И. СВЧ нагрев в технологии древесных материалов: Обзор. информ. / ЦНИИМЭ.— М.: ВНИПИЭМ-леспром, 1988.— Вып. 10.— С. 42.

Поступила 3 февраля 1993 г.

УДК 674.053 : 621.934

### ВЛИЯНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО НАГРЕВА НА ИЗГИБНУЮ ЖЕСТКОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩИХСЯ КРУГЛЫХ ПИЛ

С. В. ЕРШОВ

ЦНИИМОД

#### *Постановка задачи и вывод расчетных зависимостей*

В последнее время у нас и за рубежом все больше внимания уделяют тонким круглым пилам как наиболее эффективному ресурсосберегающему инструменту в лесопилении. Снижение их толщины ограничивается работоспособностью корпуса пил, основными критериями которой являются изгибная жесткость и динамическая устойчивость.

Под изгибной жесткостью пилы понимают отношение приложенной к ней боковой силы к вызванному ею прогибу для заданной частоты вращения. Причина прогиба вращающейся пилы при действии неподвижной силы — ее вынужденные колебания. Частота вращения пилы, при которой волна собственных колебаний останавливается в пространстве (т. е. совпадает с частотой вынужденных колебаний), называется критической. В работах [6, 7] показано, что при отсутствии в пиле начальных напряжений с увеличением частоты вращения ее изгибная жесткость уменьшается (теоретически до нуля при критической частоте вращения). Изгибная жесткость неподвижной прокованной пилы (с напряжениями растяжения в периферии) меньше непрокованной. При вращении изгибная жесткость такой пилы сначала увеличивается до изгибной жесткости непрокованной невращающейся пилы, а затем уменьшается до нуля при достижении критической частоты вращения. Частота вращения, при которой прокованная пила имеет наибольшую изгибную жесткость, называется оптимальной. В работах [6, 7] приведены значения оптимальных частот вращения прокованных до критического состояния равномерно нагретых пил.

Под устойчивостью корпуса пилы понимают его способность сохранять плоское состояние при действии возникающих в процессе пиления нагрузочных факторов. К ним относятся силы сопротивления резанию и неравномерный нагрев. Исследования [8] показали, что основным фактором для круглых пил является их неравномерный нагрев [1, 8]. В этих работах рассмотрен нагрев только от резания древесины, распределение температуры по радиусу пилы представлено в виде степенной функции для заданного температурного перепада  $\Delta T$ . За показа-

тель устойчивости неподвижной пилы принят критический температурный перепад  $\Delta T_{\lambda}^{кр}$ , при котором пила теряет устойчивость по форме с  $\lambda$  узловыми диаметрами, а вращающейся пилы — резонансный температурный перепад  $\Delta T_{\lambda}^{рез}$ , когда заданная частота вращения становится критической для формы колебаний с  $\lambda$  узловыми диаметрами.

Эксплуатация тонких круглых пил невозможна без использования направляющих, которые препятствуют отклонению полотна пилы от плоскости пиления. Механический контакт пилы и направляющих приводит к местному нагреву в зоне трения и распределению температуры по радиусу пилы, коренным образом отличающемуся от описываемого степенной функцией [1, 8]. Форма кривой распределения температуры по радиусу будет также зависеть от расположения зоны трения, частоты вращения и толщины пилы [3]. Поэтому, учитывая многообразие форм кривой распределения температуры по радиусу и то, что для корпуса пилы неравномерный нагрев — один из основных нагрузочных факторов, необходимо более широко рассмотреть вопросы устойчивости и изгибной жесткости неравномерно нагретых круглых пил.

Для решения этой задачи воспользуемся энергетическим методом. В его основе лежит принцип Остроградского — Гамильтона, согласно которому среди всех возможных осуществляется движение системы, дающее стационарное значение функционалу

$$L = \int_{t_1}^{t_2} (T - \Pi) dt, \quad (1)$$

где  $T$ ,  $\Pi$  — соответственно кинетическая и потенциальная энергии системы;

$t$  — время.

Кинетическая энергия вращающейся пилы равна сумме энергии поперечных колебаний и вращения:

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_F \left( \frac{dw}{dt} \right)^2 dF + \frac{\omega^2 \rho h}{2} \int_F r^2 dF,$$

где  $\rho$  — плотность материала пилы, кг/м<sup>3</sup>;

$h$  — толщина пилы, м;

$\frac{dw}{dt}$  — полная производная прогиба пилы  $w$  по времени;

$\omega$  — угловая частота вращения, с<sup>-1</sup>.

Интегрирование производится по площади незащемленной шайбами части пилы  $F$ .

Для неподвижных в пространстве полярных координат  $(r, \varphi)$  полная производная прогиба по времени имеет вид

$$\frac{dw}{dt} = w_t + \omega w_\varphi, \quad (2)$$

где  $w_t$ ,  $w_\varphi$  — частные производные прогиба по времени и углу поворота  $\varphi$ .

Форма установившихся колебаний вращающегося диска, вызванная неподвижной в пространстве силой, будет неподвижна в пространстве. Поэтому по формуле (2) считаем  $w_t = 0$ , тогда

$$T = \frac{\rho h \omega^2}{2} \int_F [r^2 + w_\varphi^2] dF. \quad (3)$$

Исходя из предположения малости прогибов потенциальная энергия вращающегося диска равна сумме энергии упругой деформации и внешней силы:

$$\Pi = \frac{D}{2} \int_F \left\{ (\nabla w)^2 - 2(1-\nu) \left[ \left( \frac{1}{r} w_r + \frac{1}{r^2} w_{\varphi\varphi} \right) w_{rr} - \left( \frac{1}{r} w_{\varphi} \right)_r^2 \right] \right\} dF + \frac{h}{2} \int_F \left[ \sigma_r (w_r)^2 + \sigma_{\varphi} \left( \frac{1}{r} w_{\varphi} \right)^2 \right] dF - P w_P, \quad (4)$$

где  $D$  — цилиндрическая жесткость,  $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ , Нм;  
 $\nu$  — коэффициент Пуассона;  
 $E$  — модуль упругости, Н/м<sup>2</sup>;

$\nabla w$  — оператор Лапласа,  $\nabla w = w_{rr} + \frac{1}{r} w_r + \frac{1}{r^2} w_{\varphi\varphi}$ ;

$\sigma_r, \sigma_{\varphi}$  — соответственно радиальные и окружные напряжения в диске пилы, Н/м<sup>2</sup>;

$w_P$  — прогиб пилы в точке приложения боковой силы  $P$ , м.

Напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\varphi}$  равны сумме начальных напряжений, напряжений, возникающих от действия центробежных сил инерции, и температурных напряжений:

$$\sigma_r = \sigma_{0r} + \sigma_{\omega r} + \sigma_{T_r};$$

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_{0\varphi} + \sigma_{\omega\varphi} + \sigma_{T_{\varphi}}.$$

Для минимизации функционала (1) воспользуемся методом Ритца [9], при этом прогиб изобразим в виде суммы  $n+1$  координатных функций:

$$w(x, \varphi) = \frac{a_0}{2} u_0(x) + \sum_{\lambda=1}^n a_{\lambda} u_{\lambda}(x) \cos \lambda \varphi, \quad (5)$$

где  $a_{\lambda}$  — коэффициент разложения;

$\lambda$  — число узловых диаметров,  $\lambda = 0 \dots n$ .

Функцию  $u_{\lambda}(x)$  представим полиномом четвертой степени, удовлетворяющим всем граничным условиям, как это сделано в работе [5]:

$$u_{\lambda}(x) = R(x-c)^2(1+f_{\lambda}x+g_{\lambda}x^2), \quad (6)$$

где  $R$  — радиус диска пилы, м;

$x$  — безразмерная радиальная координата,  $x = r/R$ ;

$c$  — безразмерный радиус заземления диска,  $c = r_0/R$ ;

$r_0$  — радиус фланца, м;

$f_{\lambda}, g_{\lambda}$  — коэффициенты, определяемые из условия удовлетворения функции  $u_{\lambda}(x)$  граничным условиям на свободной кромке диска.

Методы расчета температурных напряжений и напряжений от центробежных сил инерции приведены в работах [2, 8]. Начальные напряжения в пиле зависят от способа создания напряженного состояния, поэтому в формуле (4) соответствующие слагаемые определим исходя из частот ее собственных колебаний [4].

Из условия минимизации функционала (1)  $\partial L / \partial a_{\lambda} = 0$  получаем:

$$a_{\lambda} = \frac{P u_{\lambda}(x_P) \cos \lambda \varphi_P}{\nu_{\lambda}^2 H_{\lambda} - \omega^2 S_{\lambda} + F_{тр} Z_{1\lambda} + Q_1 Z_{2\lambda}}, \quad (7)$$

где  $x_P, \varphi_P$  — координаты точки приложения боковой силы  $P$ ;

$\nu_{\lambda}$  — частота собственных колебаний пилы по форме с  $\lambda$  узловыми диаметрами, Гц;

$\omega$  — угловая частота вращения,  $\omega = 2\pi n/30$ ; с<sup>-1</sup>;

$n$  — частота вращения, мин<sup>-1</sup>;

$F_{тр}$  — сила трения о направляющие, Н;

$Q_1$  — часть мощности резания, расходуемая на нагрев пилы, Вт;  
 $H_\lambda, S_\lambda, Z_{1\lambda}, Z_{2\lambda}$  — расчетные коэффициенты, зависящие от геометрических параметров пилы (формулы для их определения из-за громоздкости не приведены).

Очевидно, что на устойчивость и изгибную жесткость неравномерно нагретой круглой пилы влияют как температурный перепад, так и закон распределения температуры по радиусу, который во многом зависит от условий теплообмена пилы с окружающей средой. Поэтому критический и резонансный температурные перепады не могут служить характеристиками устойчивости неравномерно нагретой пилы с произвольным распределением температуры по радиусу. В работе [3] показано, что температура пилы при нагреве от резания древесины пропорциональна мощности резания, идущей на нагрев, а при трении о направляющие — силе трения. Значит для характеристики устойчивости неравномерно нагретой пилы будем использовать эти величины. Поскольку нагрев от резания и трения происходит при вращении пилы, имеет смысл говорить только о резонансной силе трения  $F_{тр\lambda}^{рез}$  и резонансной мощности  $Q_{1\lambda}^{рез}$ , расходуемой на нагрев пилы (при которых происходит потеря устойчивости).

Анализ формулы (6) показывает, что при определенных условиях знаменатель ее может обращаться в ноль, тогда соответствующие коэффициенты  $a_\lambda$  принимают бесконечно большое значение (наступает потеря устойчивости по форме с  $\lambda$  узловыми диаметрами). Отсюда находим резонансную силу трения о направляющие

$$F_{тр\lambda}^{рез} = (\omega^2 S_\lambda - v_\lambda^2 H_\lambda - Q_1 Z_{2\lambda}) / Z_{1\lambda} \quad (8)$$

и резонансную мощность

$$Q_{1\lambda}^{рез} = (\omega^2 S_\lambda - v_\lambda^2 H_\lambda - F_{тр} Z_{1\lambda}) / Z_{2\lambda}. \quad (9)$$

Подставляя полученные по формуле (7) значения  $a_\lambda$  в (5), определяем прогиб пилы в точке приложения силы  $P$  и ее изгибную жесткость

$$j = P / \omega_p. \quad (10)$$

#### *Влияние неравномерного нагрева на изгибную жесткость круглых пил*

Рассмотрим для примера две пилы диаметром 500 мм и толщиной 2,2 мм, зажатые фланцами диаметром 125 мм. Пила № 1 имеет напряженное состояние, близкое к нулевому, а пила № 2 до защемления фланцами — близкое к критическому. Частоты собственных колебаний по формам  $\lambda = 0 \dots 4$ , необходимые при расчетах, приведены в табл. 1 [8].

Для каждой из пил приведен расчет по трем вариантам. В варианте *A* исследовано влияние частоты вращения на изгибную жесткость нагретых от трения о направляющие пил. Зона расположения направляющих изображена на рис. 1 ( $r_1 = 160$  мм,  $r_2 = 180$  мм). Сила трения о направляющие  $F_{тр} = 2$  Н. Локальное влияние направляющих на изгибную жесткость не учитывали. В варианте *B* исследовано влияние частоты вращения на изгибную жесткость пилы без направляющих. Мощность, расходуемая на нагрев от резания древесины, принята  $Q_1 = 100$  Вт. В варианте *0* для сравнения определена изгибная жесткость равномерно нагретых пил. Результаты расчетов изгибной жесткости пил № 1 (числитель) и № 2 (знаменатель) по трем вариантам приведены в табл. 2.

Таблица 1

Но- мер пи- лы	Частота собственных колебаний, Гц, при $\lambda$				
	0	1	2	3	4
1	56,6	55,0	68,9	122,0	211,3
2	33,9	48,2	90,5	158,9	254,8

Рис. 1. Расположение зоны нагрева пилы при трении о направляющие

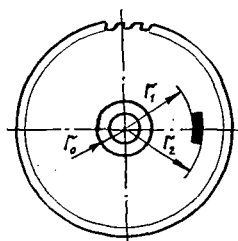


Таблица 2

Часто- та вра- щения, мин <sup>-1</sup>	Изгибная жесткость, Н/мм, по варианту		
	0	A	B
0	31,45/23,96	31,45/23,96	—/—
500	31,45/24,69	31,72/28,72	—/27,45
1000	31,24/26,60	32,21/29,65	22,16/32,22
1500	30,37/29,07	32,06/30,57	23,15/32,34
2000	27,90/31,41	29,79/32,72	19,21/32,30
2500	22,09/32,77	24,04/34,19	10,15/31,67
3000	9,15/31,91	11,62/33,35	—/28,51
3500	—/26,52	—/28,07	—/19,75
4000	—/11,33	—/13,54	—/—

Как видно из табл. 2, нагрев при трении о направляющие увеличивает изгибную жесткость пилы, смещая ее максимальное значение в зону более высоких частот вращения. Сказанное справедливо как для пилы № 1 без начальных напряжений, так и для пилы № 2 с критическим начальным напряженным состоянием. Это объясняется возникновением растягивающих напряжений в периферийной зоне пилы.

Подвод мощности  $Q_1$  через внешнюю кромку пилы № 1 является причиной потери устойчивости как в статике, так и при всех рассматриваемых частотах вращения, кроме 1000...2500 мин<sup>-1</sup>. Та же тепловая мощность, подведенная к внешней кромке пилы № 2, приводит к потере устойчивости при частотах вращения до 500 и более 3500 мин<sup>-1</sup>. При низких частотах вращения из-за слабого конвективного теплообмена происходит значительный нагрев пилы. Форма кривой распределения температуры по радиусу сильно отличается от кривой, характерной для высоких частот вращения [3], поэтому пила теряет устойчивость уже в статическом состоянии. При увеличении частоты вращения происходит охлаждение пилы и сказывается влияние проковки, поэтому пила приобретает плоское состояние. При более высоких частотах вращения уменьшается нагрев периферии пилы, но при приближении частоты вращения к критической усиливается колебательный процесс и изгибная жесткость снижается.

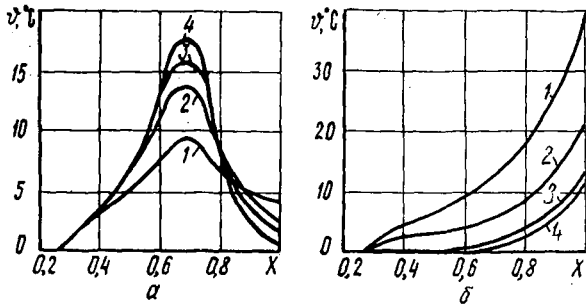


Рис. 2. Зависимость избыточной температуры  $t$  от радиуса пилы при нагревании от трения о направляющие по варианту А (а) и от резания древесины по варианту В (б) для различной частоты вращения: 1 — 500; 2 — 1000; 3 — 1500; 4 — 2000 мин

Для примера на рис. 2 приведены кривые распределения температуры по радиусу рассматриваемых пил для вариантов нагрева А и В и различных частот вращения. Данный пример наглядно подтверждает, что частота вращения, меняя условия теплообмена с окружающим воздухом, существенно влияет на форму кривой распределения температуры по радиусу пилы.

Поскольку нагрев пилы при резании древесины уменьшает изгибную жесткость, а при трении о направляющие ее увеличивает, возникает вопрос о компенсации снижения изгибной жесткости от нагрева при резании нагревом за счет трения о направляющие. Рассмотрим это на примере пилы № 1 при частоте вращения  $1500 \text{ мин}^{-1}$ . Тепловую мощность, нагревающую периферию, считаем равной  $100 \text{ Вт}$ . Результаты расчета изгибной жесткости пилы при различных значениях силы трения о направляющие представлены в табл. 3.

Таблица 3

Сила трения, Н	0	2	4	6	8	10
Изгибная жесткость, Н/мм	23,15	25,49	27,73	29,86	31,92	30,90

Анализ данных таблицы показывает, что за счет увеличения нагрева при трении о направляющие можно компенсировать нагрев от резания древесины, т. е. достичь значения  $j = 31,92 \text{ Н/мм}$ . Максимальная избыточная температура пилы при нагреве периферии тепловой мощностью  $100 \text{ Вт}$  составляет  $15,6 \text{ }^\circ\text{C}$ , а при нагреве трением о направляющие с силой  $8 \text{ Н}$ , обеспечивающей наибольшее повышение жесткости — уже  $62 \text{ }^\circ\text{C}$ . Пила оказалась в 4 раза более чувствительной к нагреву периферии по сравнению с нагревом средней зоны (зоны направляющих).

#### Влияние неравномерного нагрева на устойчивость пил

Рассмотрим задачу на примере пилы с приведенными выше параметрами. Результаты расчета  $F_{\text{трл}}^{\text{рез}}$  и  $Q_{\text{л}}^{\text{рез}}$  для пил № 1 (числитель) и № 2 (знаменатель) приведены в табл. 4.

Как видно из табл. 4, при низких частотах вращения к потере устойчивости по формам  $\lambda \geq 2$  может привести нагрев при резании древесины и трении о направляющие. Если частота вращения выше  $1500 \text{ мин}^{-1}$ , нагрев при трении о направляющие не может вызвать потерю устойчивости по всем формам (значения резонансной силы трения получаются отрицательными). Это объясняется различием формы кривой распределения температуры по радиусу пилы. При высоких частотах вращения ( $n \geq 3000 \text{ мин}^{-1}$  для пилы № 1) снова появляются

Таблица 4

Частота вращения, мин <sup>-1</sup>	Число узловых диаметров	Сила трения, Н	Тепловая мощность, Вт
500	0	—	—
	1	—	—
	2	19,2/33,5	86,8/151,4
	3	18,3/31,4	87,1/149,4
	4	28,0/40,9	134,9/197,2
1000	0	—	—
	1	—	—
	2	82,2/148,2	179,9/320,9
	3	58,7/104,1	178,8/316,8
	4	86,9/129,0	284,4/422,3
1500	0	—	—
	1	—	—
	2	—	220,5/425,5
	3	—	222,0/420,1
	4	—	373,2/571,1
2000	0	—	—
	1	—	—
	2	—	207,5/454,6
	3	—	209,2/448,1
	4	—	391,5/630,0
2500	0	—	—
	1	—	—
	2	—	154,2/441,2
	3	—	155,6/433,2
	4	—	367,5/644,5
3000	0	—	—
	1	—	—
	2	—	54,4/380,4
	3	—	55,3/370,6
	4	—	296,2/610,7
3500	0	—	—
	1	—	—
	2	9,9/—	—/265,6
	3	13,0/—	—/253,6
	4	—/170,9	170,9/522,0

положительные значения  $F_{\text{тр}}^{\text{рез}}$  для форм потери устойчивости  $\lambda \geq 2$ . В этом случае нагрев от трения по сравнению с нагревом при низких частотах вращения, возвращает пилу из закритического состояния в критическое (т. е. для большего значения силы трения заданная частота вращения будет докритической).

Резонансная тепловая мощность, подводимая к периферии пилы, при всех частотах вращения отсутствует только для форм  $\lambda = 0$  и  $\lambda = 1$ . Наименьшее значение  $Q_{\text{лх}}^{\text{рез}}$  для обеих пил соответствует форме потери устойчивости с тремя узловыми диаметрами.

### Выводы

1. Нагрев от трения о направляющие при рабочих частотах вращения может повышать устойчивость и изгибную жесткость круглых пил.
2. Нагрев от трения о направляющие повышает изгибную жесткость пилы, а нагрев при резании древесины ее уменьшает. Расчеты показали, что с точки зрения сохранения изгибной жесткости пилы можно компенсировать ее нагрев при резании нагревом в средней зоне.