

УДК 630\*5

**Ю.П. Демаков**

Демаков Юрий Петрович родился в 1948 г., окончил в 1976 г. Марийский политехнический институт, доктор биологических наук, профессор кафедры управления природопользованием и лесозащиты Марийского государственного технического университета. Имеет 106 печатных работ по вопросам экологии леса, лесозащиты, лесоведения, математического моделирования биоценологических процессов.



### **ИЗМЕНЧИВОСТЬ И КЛАССИФИКАЦИЯ ФОРМ КРИВЫХ ХОДА РОСТА ДЕРЕВЬЕВ В ОНТОГЕНЕЗЕ**

Предложен подход к классификации типов роста деревьев в онтогенезе, основанный на использовании параметров описывающих их математических функций.

ход роста деревьев, таблицы, моделирование, классификация.

Задача познания закономерностей хода роста организмов давно привлекает внимание исследователей различного профиля. В современной биологии она признается одной из важнейших, имеет большое теоретическое и прикладное значение и охватывает широкий круг вопросов, включая математическое моделирование процесса, классификацию описывающих его форм кривых и филогенетические аспекты их становления [1, 3–6, 8]. Эта задача является одной из центральных и в лесоводственных науках; по сути дела к ней сводятся все лесоводственные и таксационные исследования. Кривые динамики таксационных параметров древостоев во времени и созданные на их основе математические модели – важнейшие лесоводственные нормативы, позволяющие оценивать текущее состояние насаждений и корректировать ход их развития в нужном для человека направлении.

Рост – не только физиологический, но и информационный процесс [12], ибо организм осуществляет свою жизнедеятельность исключительно на основе сигналов внешней среды. Кинетические параметры хода роста организмов являются важнейшими характеристиками состояния их жизнестойкости, жизнеспособности и таксономического положения.

Не многие биологические явления подвергались в такой мере математическому анализу, как ход роста древесных растений. Результаты экспериментальных исследований и оригинальных подходов к решению этого вопроса отражены в многочисленных публикациях [1, 3, 4, 7, 9, 13]. Наиболее обоснованной математической моделью хода роста древесных растений является функция Пюттера-Берталанфи, которую чаще всего представляют в следующей форме:  $Y(t) = K\{1 - \exp[-a(t-t_0)]\}^b$ , считая, что

$Y = 0$  в момент времени  $t - t_0$  (поправка  $t_0$  может иметь как положительное, так и отрицательное значение). Ее частным случаем при  $t_0 = 0$  является функция Митчерлиха, широко применяемая для описания роста древесных растений как эмпирического закона. Эта функция описывает процесс динамического взаимодействия внешних и внутренних по отношению к организму или популяции сил, первые из которых ограничивают потенциальные возможности вторых. Расчет численных значений всех параметров этой функции целесообразно проводить на ПК способом итераций, используя стандартную программу Statistica и совмещенные методы Rosenbrock and quasi-Newton или Hooke-Jeeves and quasi-Newton [2]. Полученные параметры имеют конкретный биофизический смысл. Параметр  $K$  обозначает предельное значение признака, к которому стремится значение функции при  $t \rightarrow \infty$ . Применительно к росту деревьев по высоте этот параметр выражает бонитет (производительность) биотопа. Математическое выражение  $\exp(-at)$  известно как уравнение Ципфа-Парето, имеющее статус всеобщего закона и описывающее процессы распада, рассеивания, разложения в самых различных системах. Константа  $a > 0$  характеризует интенсивность протекания процесса, а константа  $b > 0$  – действие сил, отодвигающих время наступления кульминации прироста и направленных на снижение напряженности противоречия между потенциальными возможностями организма и истощающимися ресурсами среды. Константу  $a$  можно назвать параметром энергии (скорости) роста организма,  $b$  – параметром интенсивности его старения или упругой устойчивости к воздействию давления факторов среды.

Значения параметров  $a$  и  $b$  характеризуют все свойства кривой, описываемой данной моделью. В лесоводственно-биологических исследованиях, кроме верхней асимптоты функции, определяемой параметром  $K$ , наибольший интерес представляют координаты:

1) возраста достижения организмом половины предельного размера, т. е. истощения половины потенциальных возможностей (по аналогии с периодом полураспада радиоактивных элементов этот параметр можно назвать периодом полуроста):  $t_{K/2} = -a^{-1} \ln(1 - 0,5^{1/b})$ ;

2) возраста кульминации текущего прироста:  $t_{к.п} = a^{-1} \ln(b)$ .

В основе широко распространенной в настоящее время классификации форм кривых хода роста (типов роста) древостоев, приведшей к созданию общей бонитировочной шкалы и всеобщих таблиц хода роста, лежит так называемый принцип одной точки, произвольно выбранной в координатной системе возраст – высота древостоя. Этот подход впервые был предложен А.В. Тюриным [11] и выражен следующими словами: «...нормальные, т. е. сомкнутые чистые одновозрастные сосновые насаждения, имеющие в одинаковом возрасте равные высоты, имели одинаковый рост в прошлом и будут иметь одинаковый рост в будущем независимо от того, находятся ли они в Германии, Петербургской или Архангельской губернии». Далее он делал далеко идущий вывод о том, что «... для всей зоны, тянущейся начиная с Северогерманской низменности к Финскому

заливу, Белому морю и Ледовитому океану, ход роста нормальных сосновых насаждений может быть выражен, по-видимому, общими опытными таблицами».

По мере накопления эмпирических данных исследователям все яснее становилась несостоятельность принципа одной точки и всеобщих таблиц хода роста древостоев. Постепенно их стали заменять местными, создаваемыми на зонально-типологической основе. Эти таблицы, отличаясь значительно большей дифференцированностью, имеют, как и всеобщие, только один классификационный признак кривой роста – высоту в конкретном возрасте, которая определяет все остальные параметры древостоя. Базируясь на том же принципе одной точки, они не учитывают влияния состояния лесных экосистем (густота, возрастная структура и состав древостоя, его происхождение, уровень биоразнообразия, режимы выращивания) и текущих погодных условий на характер роста деревьев, т.е. не могут служить, по сути дела, ни моделями развития реальных насаждений, ни программами их выращивания. Исследователи все больше приходят к выводу о необходимости разработки моделей оптимальных насаждений [1, 9, 10].

3\*

Многообразие созданных на чисто эмпирической основе местных таблиц хода роста древостоев, число которых составляет уже несколько сотен [7], привело к тому, что в них стало трудно ориентироваться. Первыми исследователями, поднявшими вопрос о классификации форм кривых хода роста деревьев, были Б.Б. Зейде [6] и В.В. Загребев [5]. Они предложили по существу один и тот же подход, основанный на использовании отношения текущих размеров деревьев к значениям в некотором базисном возрасте (по Зейде – в 50 лет, по Загребеву – в 100 лет). Их схема, разделяющая все природное разнообразие кривых роста деревьев на 16 типов, является также одноуровневой, т. е. предусматривает выделение таксонов только по одному признаку. По нашему глубокому убеждению, классификация кривых хода роста древостоев должна быть многоуровневой и соответствовать числу констант описывающих их математических функций. При использовании функции Митчерлиха система классификации должна иметь как минимум три уровня (входа). Первым и наиболее важным классификационным признаком является константа  $K$ , характеризующая верхний предел функции, т. е. по сути дела потенциальные возможности организма и среды обитания. Второй и третий таксономические признаки – константы  $a$  и  $b$  математической модели. Эти три признака отражают все многообразие форм кривых роста, которое сформировалось в процессе эволюции организмов. Они позволяют достаточно просто и объективно провести классификацию на качественном и количественном уровнях.

Пределы и закономерности изменчивости классификационных признаков можно установить по данным таблиц хода роста, в которых обобщен богатейший эмпирический материал. Результаты расчетов применительно к ходу роста деревьев по высоте, являющейся главным клас-

сификационным признаком в делении насаждений на классы производительности, объективно отражающим качество среды обитания, приведены в табл. 1.

Расчеты показали также, что составители таблиц использовали, судя по всему, различный исходный материал и классифицировали ряды хода роста древостоев только по одному признаку – высоте в определенном возрасте или бонитету (табл. 2). По остальным параметрам роста

Таблица 1

**Пределы изменений значений параметров функции роста деревьев в высоту в пределах лесной и лесостепной зон Евразии**

Предел значения	Значение параметров функции роста Митчерлиха		
	$K$	$-a \cdot 10^{-2}$	$b$
Минимум	7,8	1,310	0,860
Максимум	48,4	3,950	2,330
Размах	40,6	2,640	1,470

Таблица 2

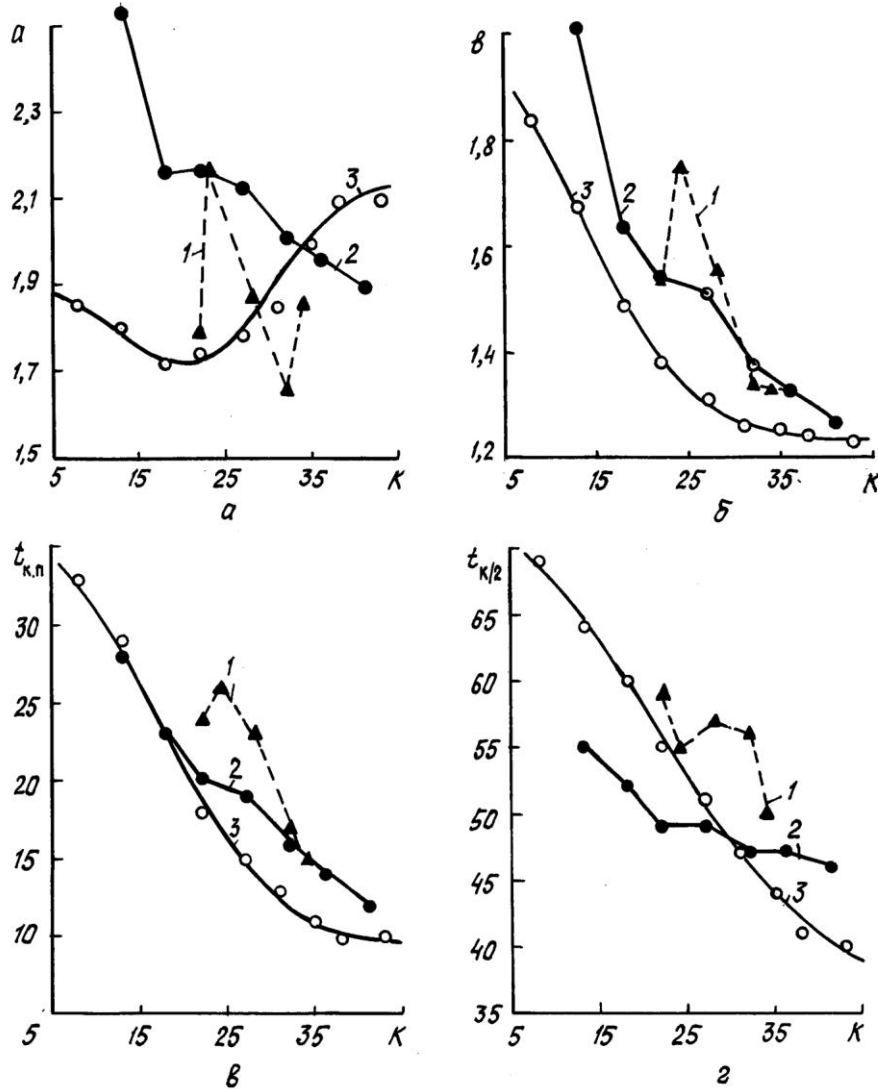
**Константы и координаты характерных точек функции хода роста сосновых древостоев в высоту, вычисленные по таблицам различных авторов**

Класс бонитета	Параметры и координаты характерных точек функции Митчерлиха*						
	$K, м$	$-a \cdot 10^{-2}$	$b$	$t_{K/2}, лет$	$t_{к.п.}, лет$	$H_{к.п.}, м$	$z t_{к.п.}, см$
Таблицы Варгаса де Бедемара							
I	33,5	1,857	1,331	50	15	5,25	39
II	31,7	1,661	1,336	56	17	5,01	33
III	28,2	1,874	1,552	57	23	5,67	30
IV	23,4	2,189	1,750	55	26	5,31	27
V	21,9	1,798	1,531	59	24	4,33	22
Таблицы А.В. Тюрина							
Ia	41,2	1,893	1,265	46	12	5,70	52
I	36,4	1,961	1,323	47	14	5,64	45
II	31,8	2,012	1,372	47	16	5,31	39
III	27,2	2,126	1,507	49	19	5,27	33
IV	22,5	2,167	1,536	49	20	4,46	28
V	18,3	2,159	1,633	52	23	3,89	22
Va	13,5	2,529	2,010	55	28	3,39	17
Таблицы ВНИИЛМ							
Iб (2)	43,1	2,097	1,225	40	10	5,41	62
Ia (3)	38,5	2,090	1,237	41	10	4,99	54
I (4)	34,7	1,995	1,251	44	11	4,65	46
II (5)	31,0	1,848	1,259	47	13	4,23	38
III (6)	26,8	1,784	1,308	51	15	4,04	31
IV (7)	22,4	1,740	1,378	55	18	3,77	24

V (8)	17,9	1,720	1,485	60	23	3,40	18
Va (9)	13,0	1,803	1,672	64	29	2,83	13
Vб (10)	7,8	1,856	1,836	69	33	1,84	8

\*  $K, a, b$  - параметры функции Митчерлиха;  $t_{K/2}$  - время достижения деревьями половины своей предельной высоты,  $t_{K/2} = -a^{-1} \ln(1 - 0,5^{1/b})$ ;  $t_{к.п}$  - время наступления кульминации текущего прироста,  $t_{к.п} = a^{-1} \ln b$ ;  $H_{к.п}$  - высота древостоя в момент кульминации текущего прироста;  $zt_{к.п}$  - текущий годичный прирост в высоту в момент его кульминации.

классификация не проводилась, о чем убедительно свидетельствует различный характер их связи (или ее отсутствие) с главным классификационным признаком и необъяснимые перегибы кривых (см. рисунок).



Зависимость параметров и координат характерных точек функции возрастного тренда в ходе роста сосновых древостоев в высоту от их предельной высоты:  $a - a = f(K)$ ;  $б - b = f(K)$ ;  $в - t_{к.п} = f(K)$ ;  $г - t_{к/2} = f(K)$ ;  
 1 – для таблиц Варгаса де Бедемара; 2 – А.В. Тюрина; 3 – ВНИИЛМ

Ухудшение лесорастительных условий теоретически должно приводить к снижению значений констант  $K$  и  $a$ . Константа  $b$  у этого же вида древесного растения должна, наоборот, возрастать, что приведет к отодвиганию на более поздние сроки времени наступления кульминации текущего прироста и достижения деревьями половины своей предельной высоты. Фактически подобным образом изменяются значения констант лишь в ТХР ВНИИЛМ, да и то параметры кривых роста древостоев  $Va$  и  $Vб$  классов бонитета несколько отклоняются от этой зависимости. В таблицах, составлен-

ных еще А. В. Тюриным, значение константы  $a$ , вопреки теории, возрастает с ухудшением лесорастительных условий, а в таблицах Варгаса де Бедемара изменяется почти бессистемно. Таблицы, рассмотренные в качестве примера, отображают, по сути дела, разные типы кривых роста древостоев.

Число типов (таксонов) кривых хода роста может быть установлено только директивно, так как классификационные признаки изменяются без каких-либо разрывов. Оно зависит как от степени изменчивости этих признаков, так и от необходимой дискретности представляемых данных. В случае разделения каждого признака на 10 классов можно выделить 1000 типов кривых роста. Для описания же всего их природного разнообразия с необходимой для практики точностью может быть вполне достаточно 25 ... 50 типов. В этом случае тип кривой роста запишется в виде выражения  $K - a - b$ , в котором указывается класс, устанавливаемый по значению соответствующей константы роста.

Конечно, классификация форм кривых хода роста деревьев по параметрам описывающих их математических функций является искусственной и не вскрывает в полной мере механизма воздействия реальных сил на эти природные объекты. Такой методологический подход не может, естественно, дать всех желаемых результатов как в управлении лесными экосистемами, так и в прогнозе их развития. Для решения поставленной задачи необходимо создать модели хода роста древостоев различного целевого назначения на зонально-типологической, а не бонитетной, как принято в лесной таксации, основе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антанайтис В.В., Тябера А.П., Шяпьятане Я.А. Законы, закономерности роста и строения древостоев. – Каунас: ЛитСХА, 1986. – 157 с.
2. Боровиков В.П. Программа STATISTICA для студентов и инженеров. – 2-е изд. – М.: КомпьютерПресс, 2001. – 301 с.
3. Демаков Ю.П. Рост и изреживание древостоев: биологическая сущность, математические модели, управление / МарГТУ. – Йошкар-Ола, 1999. – 261 с. – Деп. в ВИНТИ 29.10.99, № 3230-В99.
4. Демаков Ю.П. Диагностика устойчивости лесных экосистем (методические и методологические аспекты). – Йошкар-Ола, 2000. – 415 с.
5. Загреев В.В. Типизация и стандартизация естественных рядов роста древостоев // Лесн. хоз-во. – 1976. – № 11. – С. 69–74.
6. Зейде Б.Б. Стандартизация рядов хода роста основных таксационных показателей // Лесн. хоз-во. – 1968. – № 10. – С. 54–57.
7. Кивисте А.К. Функции роста леса (учебно-справочное пособие). – Тарту: Эст. с.-х. акад., 1988. – 108 с.
8. Кофман Г.Б., Кузьмичев В.В., Хлебопрос Р.Г. Использование периода интенсивного роста древесных растений при построении филогенетических рядов // Журн. общ. биол. – 1979. – Т. 40, № 5. – С. 766–771.
9. Кузьмичев В.В. Закономерности роста древостоев. – Новосибирск: Наука, 1977. – 160 с.

- 
10. *Лосицкий К.Б., Чуенков В.С.* Эталонные леса. – М.: Лесн. пром-сть, 1980. – 192 с.
11. *Тюрин А.В.* Исследование хода роста нормальных сосновых насаждений в Архангельской губернии // Тр. по лесн. опыт. делу в России. – СПб., 1913. – Вып. 45. – 135 с.
12. *Фрей Т.* Рост как информационный процесс // Проблемы современной экологии. – Тарту, 1978. – С. 58–59.
13. *Шолохов А.Г.* От закономерностей к закону роста леса. – Пушкино: ВНИИЛМ, 2000. – 183 с.

*Yu.P. Demakov*

### **Variability and Classification of Tree Growth Curves in Ontogenesis**

The approach to classification of tree growth types in ontogenesis is offered based on using parameters describing their mathematical functions.

---